

5. ANALISI DEI RISULTATI

In questo capitolo presenteremo alcune applicazioni della metodologia di *Tunneling* a problemi di *History Matching*. Come abbiamo visto, la tecnica di ottimizzazione in questione consente di definire una successione di minimi convergente verso il minimo globale della funzione. Nel caso della calibrazione di un modello di *Reservoir* rispetto ai dati dinamici, l'applicazione di una tale metodologia può consentire di individuare quantomeno una pluralità di minimi, superando quindi i limiti intrinseci dei metodi locali, basati sul gradiente, comunemente utilizzati per la soluzione del problema inverso. In tale modo vogliamo ottenere, ad un prezzo ragionevole da un punto di vista computazionale, i seguenti risultati:

- Migliorare la qualità della calibrazione fissata la parametrizzazione;
- Per una fissata parametrizzazione definire diversi modelli del *Reservoir* calibrati rispetto ai dati dinamici ma caratterizzati da diversi scenari di sviluppo per quanto riguarda le previsioni nel periodo successivo all'*History Matching*.

I test sono stati condotti utilizzando come *Reservoir* da calibrare diversi modelli sintetici relativi al caso test PunqS3, presentato nel capitolo 4. Per tali modelli, la cui funzione oggetto richiede un tempo di calcolo relativamente breve, è disponibile un modello reale e quindi è possibile generare una “storia futura” da utilizzare come termine di confronto per le previsioni derivate dai modelli calibrati.

5.1. Parametrizzazione del Modello PunqS3

Il punto di partenza delle nostre applicazioni delle metodologie di *Tunneling* al *Reservoir* PunqS3 è rappresentato dal cosiddetto modello *Kriged*, descritto nel paragrafo 4.3. La funzione obiettivo è stata definita sulla base delle osservazioni ai pozzi, vale a dire dai valori di WGOR, WBHP e WWCT; la descrizione di tale funzione oggetto è

riportata nel paragrafo 2.3.

Per quanto riguarda i pozzi, è stato assegnato un peso comune ai dati storici pari a $1/N$, dove $N = 117$ è il numero di dati osservati per il caso test in questione. Sotto queste condizioni, al modello *Kriged* è associabile un valore della funzione obiettivo pari a 1.994.

Fissato il modello base, abbiamo considerato due diverse strategie di parametrizzazione. Inizialmente abbiamo esaminato parametrizzazioni delle proprietà petrofisiche definite in base ai livelli geologici. Sono state quindi definite due parametrizzazioni, caratterizzate da 5 e 10 parametri rispettivamente. Nel primo caso (parametrizzazione Punq5), le variabili sono:

- Un moltiplicatore di porosità per tutto il volume del giacimento;
- Due moltiplicatori di trasmissibilità orizzontale, uno per i primi due livelli ed un altro per gli ultimi tre;
- Due moltiplicatori di trasmissibilità verticale, uno per i primi due livelli ed un altro per la trasmissibilità verticale del terzo e del quarto livello.

Nel secondo caso (parametrizzazione Punq10) abbiamo considerato come variabili 5 moltiplicatori di trasmissibilità orizzontale e 5 moltiplicatori di porosità, uno per livello. Nel seguito le due parametrizzazioni saranno indicate come Punq5 e Punq10, rispettivamente.

Successivamente abbiamo utilizzato una parametrizzazione più ricca, sia per quanto riguarda il numero dei parametri in gioco, un totale di 30, che per quanto riguarda la struttura degli stessi. Tali parametri sono stati infatti definiti in modo tale da individuare una parametrizzazione che tenesse conto dell'informazione geologica utilizzata nella fase di definizione del modello [24]. Il primo livello del giacimento PunqS3, con la parametrizzazione appena descritta, è rappresentato nella figura 5-1.

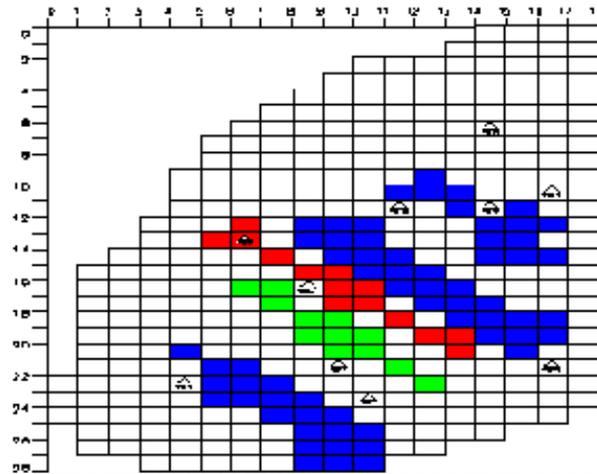


Figura 5-1. PunqS3: Parametrizzazione del Giacimento

In un qualunque problema multidimensionale, se il numero di parametri è superiore a due risulta impossibile visualizzare la superficie della funzione obiettivo, dunque non è possibile analizzare graficamente il suo comportamento. Tuttavia, un metodo che si può considerare per farsi un'idea dell'andamento della funzione è il seguente: utilizzando la tecnica *Multistart* (MSLM), esposta durante la descrizione del metodo di Levenberg – Marquardt (vedi Appendice C), e un numero qualunque di variabili (5, 10 o 30), si scelgono i due minimi locali caratterizzati dal minor valore della funzione oggetto. I valori dei parametri per i due minimi sono noti in quanto ottenuti dalla simulazione: dati i vettori dei due minimi x_1 e x_2 , considerando $0 \leq t \leq 1$ come unico parametro variabile, si definiscono le coordinate del nuovo set come:

$$x = x_2 t + (1 - t) x_1 \quad [5.1]$$

Al variare del parametro t si calcola semplicemente la funzione oggetto. Il risultato che si ottiene è esposto nella figura 5-2.

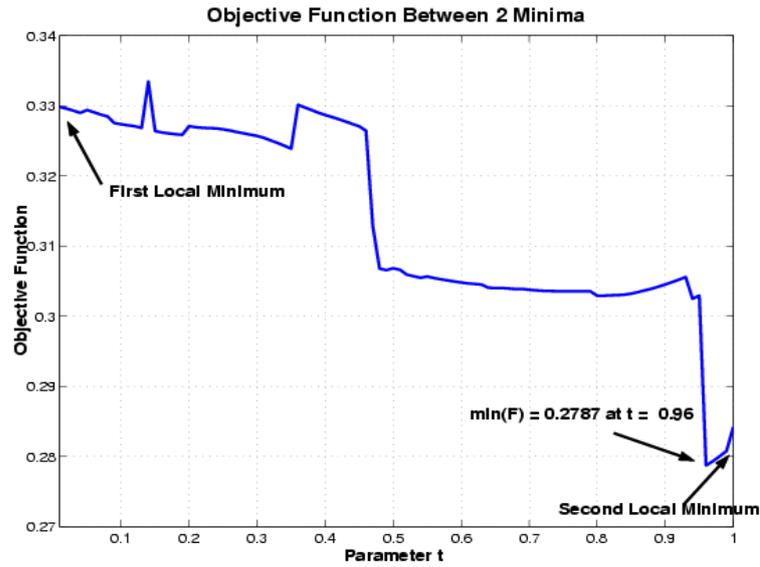


Figura 5-2. PunqS3: Funzione Obiettivo Tra Due Minimi Locali

La simulazione è stata condotta utilizzando i metodi di ottimizzazione di Levenberg – Marquardt (LM) e di *Tunneling* nella implementazione BFGS + BFGS. Nel caso dell’algoritmo di Levenberg – Marquardt, la tecnica *Multistart* (MSLM), nonostante sia costosa da un punto di vista computazionale, è stata presa in considerazione per localizzare dei minimi locali alternativi a quelli calcolati dal metodo di *Tunneling*. Per tutti i casi test e per tutti gli algoritmi di ottimizzazione il punto di partenza standard è caratterizzato dal vettore di parametri $x = [1, 1, \dots, 1]$.

Per il caso test PunqS3, abbiamo potuto sfruttare una caratteristica dei *Reservoir* sintetici molto importante: la conoscenza del comportamento reale del giacimento, anche nel periodo dedicato alle previsioni di produzione. Essendo un giacimento sintetico, è possibile paragonare le previsioni ottenute dai modelli calibrati con i valori reali delle proprietà del giacimento.

Per fare ciò, è possibile definire [14] una funzione errore parziale del tipo:

$$\mathcal{P}_{i,j} = \sum_{k=1}^{N_{dati}} \left| \mathcal{H}_{i,j,k}^{real} - \mathcal{H}_{i,j,k}^{calc} \right| \quad [5.2]$$

In cui i è l'indice del minimo locale considerato (nel caso del metodo di *Tunneling*, più minimi locali sono possibili), j indica la proprietà rispetto alla quale si sta calcolando l'errore (tra le 6 considerate nel *Forecast*), N_{dati} rappresenta il totale dei valori calcolati per una determinata proprietà e $\mathcal{H}_{i,j,k}^{real}$, $\mathcal{H}_{i,j,k}^{calc}$ sono i valori reali e calcolati, rispettivamente, per la proprietà considerata. L'errore globale può essere calcolato utilizzando la definizione [5.2] e creando una funzione errore globale data da:

$$\mathcal{G}_i = \sum_{j=1}^{N_{var}} |\mathcal{P}_{i,j}| \quad [5.3]$$

Dove N_{var} è il numero totale di proprietà definite poco sopra e $\mathcal{P}_{i,j}$ deriva dalla [5.2]. L'errore globale è calcolato per ogni minimo: il punto stazionario locale che presenta il valore più piccolo della funzione [5.3] è anche la soluzione che fornisce il miglior *Forecast*, e di conseguenza il miglior scenario sul comportamento futuro del giacimento considerato.

5.2. Il Caso Punq5

L'ottimizzazione numerica del caso test Punq5 ha portato all'individuazione di 5 differenti minimi locali grazie all'utilizzo del metodo di *Tunneling*. La tecnica di Levenberg – Marquardt, per definizione, non ha queste caratteristiche globali di convergenza ma applicando l'opzione *Multistart* è stato possibile identificare due minimi locali caratterizzati da un valore della funzione oggetto ottimale. La tabella 5-1 riassume le prestazioni del metodo di *Tunneling*, in termini di valutazioni di funzioni sia nella fase di minimizzazione, sia nella fase di *Tunneling*. In calce alla tabella 5-1 sono riportati i valori minimi della funzione obiettivo e il numero di valutazioni di funzioni utilizzando gli algoritmi LM e MSLM.

Fase	F(x)	Valutazioni di F(x)
<i>Start</i>	1.994	1
<i>Min 1</i>	1.744	40
<i>Tun 1</i>	1.731	4
<i>Min 2</i>	0.9675	48
<i>Tun 2</i>	0.9639	94
<i>Min 3</i>	0.9608	30
<i>Tun 3</i>	0.8959	187
<i>Min 4</i>	0.8794	44
<i>Tun 4</i>	0.8434	128
<i>Min 5</i>	0.8432	25
LM	0.8738	19
MSLM	0.8417	224

Tabella 5-1. Punq5: Prestazioni dei Metodi di Ottimizzazione

Come si nota dalla tabella 5-1, il costo computazionale di ogni fase di *Tunneling* è decisamente superiore a quello della fase di minimizzazione; vi è anche da dire, comunque, che avvicinandosi sempre di più al minimo globale della funzione obiettivo le fasi di *Tunneling* divengono più dispendiose, in quanto risulta più difficile localizzare nello spazio delle variabili nuovi punti di partenza caratterizzati da un valore della funzione oggetto inferiore a quello dell'ultimo minimo calcolato. Un confronto tra i diversi algoritmi di ottimizzazione mostra che il metodo di Levenberg – Marquardt è estremamente veloce a localizzare un minimo locale dotato di un valore della funzione obiettivo ottimale. L'opzione *Multistart* mostra che esiste un minimo locale dotato di un valore della funzione oggetto inferiore rispetto all'ultimo minimo calcolato con il metodo di *Tunneling*, ma quest'ultimo non è in grado di identificarlo nonostante l'ultima fase di *Tunneling* (non indicata in tabella poiché non è andata a buon fine) ha utilizzato più di 600 valutazioni di funzioni.

L'analisi dei risultati per questo caso è illustrata nelle due sottosezioni *History Matching* e *Forecast*. In questi paragrafi, i minimi locali ottenuti utilizzando l'algoritmo di *Tunneling* sono etichettati, all'interno delle figure, con la sigla TUN seguita da un indice progressivo: maggiore è questo indice, migliore è il valore della funzione obiettivo ottenuta in seguito al processo di *History Matching*.

5.2.1. HISTORY MATCHING

Per poter apprezzare la qualità del risultato del processo di *History Matching*, è utile osservare graficamente l'accordo tra dati osservati e calcolati. La figura 5-3 mostra, per il metodo di *Tunneling*, il punto di partenza dell'*History Matching* (UNMATCHED) e il successivo miglioramento dell'accordo tra dati osservati e simulati di WGOR. È da notare come il primo minimo della funzione obiettivo (TUN1) non fornisca un buon accordo tra dati osservati (OBS) e calcolati, mentre il minimo caratterizzato dal minor valore della funzione oggetto (TUN5) porti ad un deciso miglioramento di questo accordo.

Nelle figure 5-3 e 5-4 sono rappresentati i grafici delle proprietà osservate (OBS) e calcolate, sia per il metodo di *Tunneling* che per la tecnica di LM, per la proprietà WGOR. Il pozzo produttore considerato è il PRO – 1.

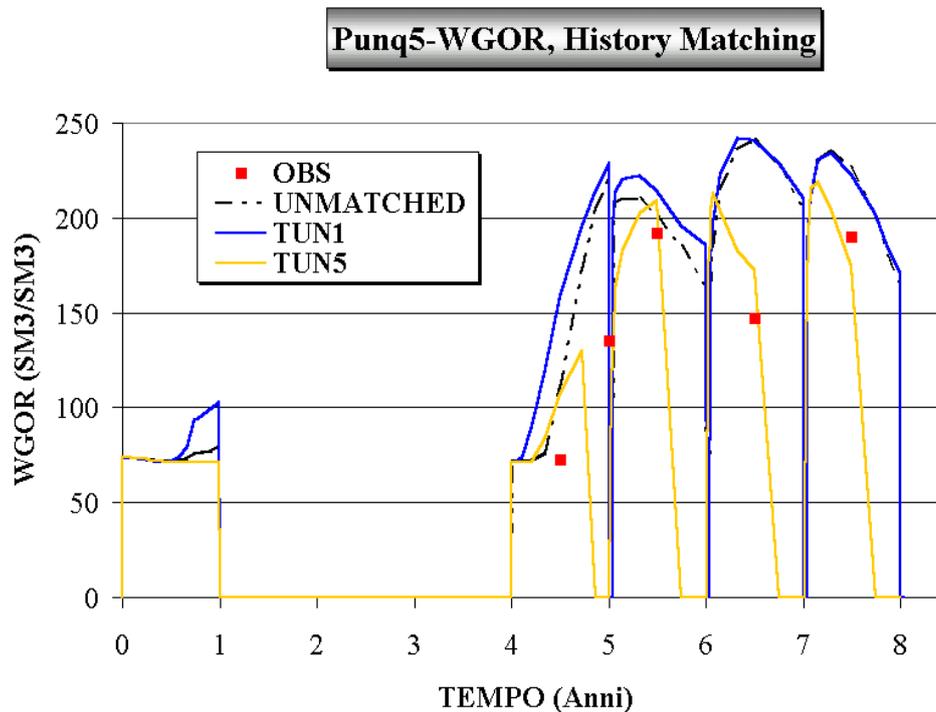


Figura 5-3 . Punq5: Risultati Di History Matching

Nel caso del metodo LM, la figura 5-4 mostra anche il miglior risultato ottenuto, in termini di valore della funzione obiettivo, utilizzando la tecnica *Multistart*. Inoltre, per facilitare un esame visivo dei risultati, nelle figure relative all' algoritmo LM è riportata anche la migliore soluzione ottenuta con il metodo di *Tunneling*.

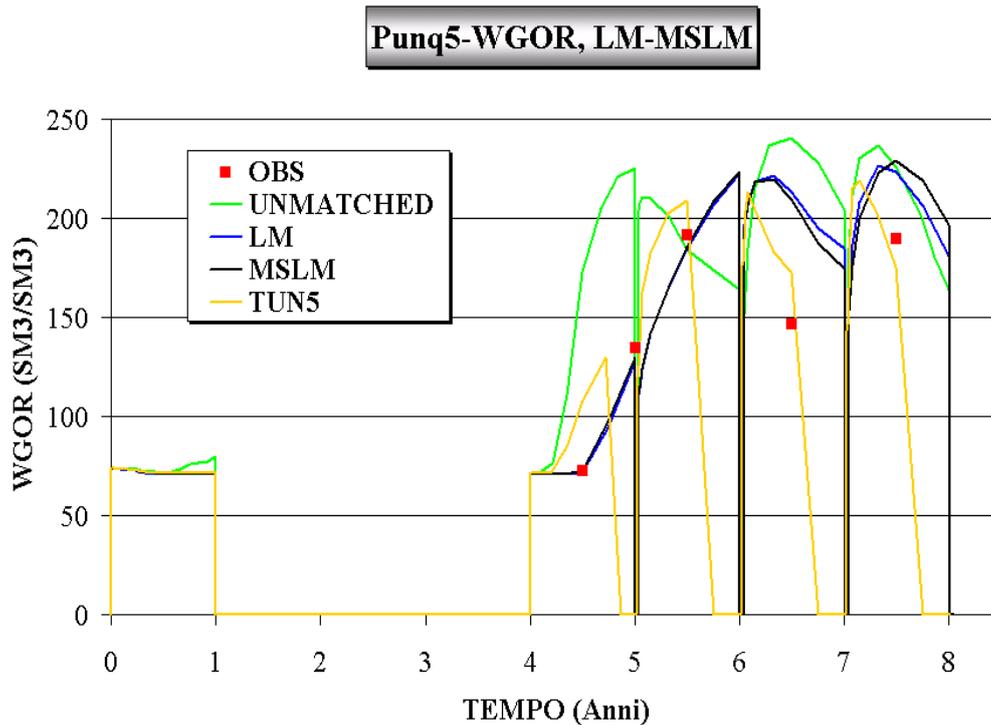


Figura 5-4. Punq5: WGOR del Pozzo PRO – 1, Metodi LM e MSLM

Da un semplice esame visivo, è facile osservare la bontà dell'accordo tra dati sperimentali e risultati calcolati sia nel caso del metodo LM, sia nel caso dell'algoritmo di *Tunneling*; da notare, analizzando la figura 5-4, che il match dei dati ottenuto da TUN5 risulta più soddisfacente, come è ovvio che sia dato che è il minimo caratterizzato dal minor valore della funzione obiettivo.

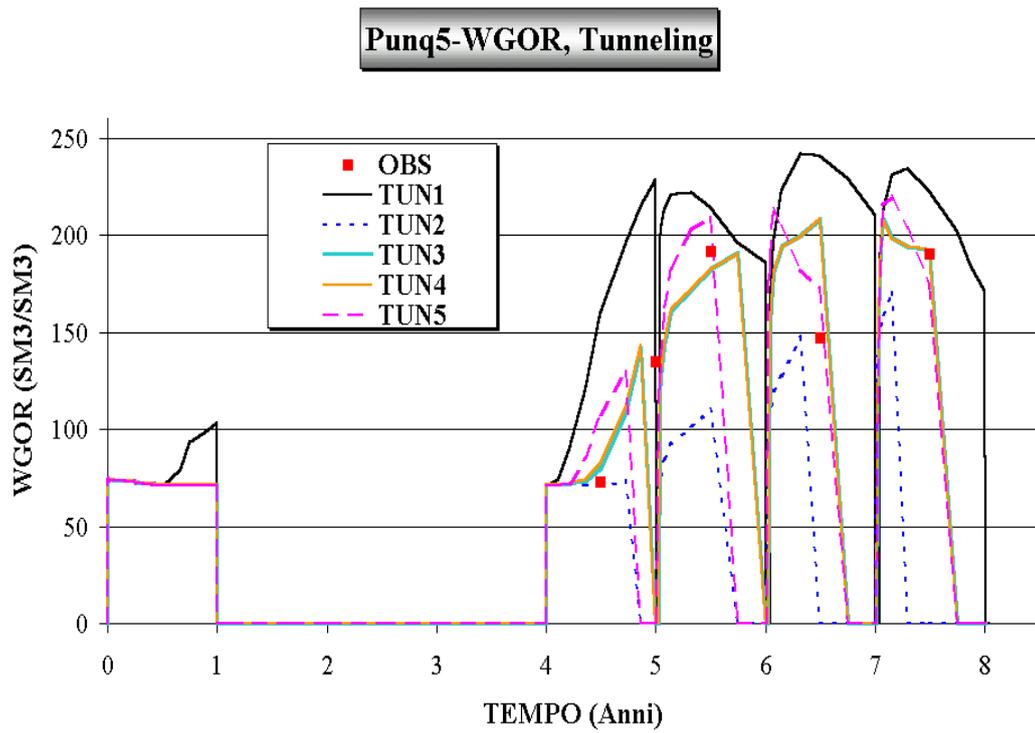


Figura 5-5. Punq5: WGOR del Pozzo PRO – 1, Metodo di Tunneling

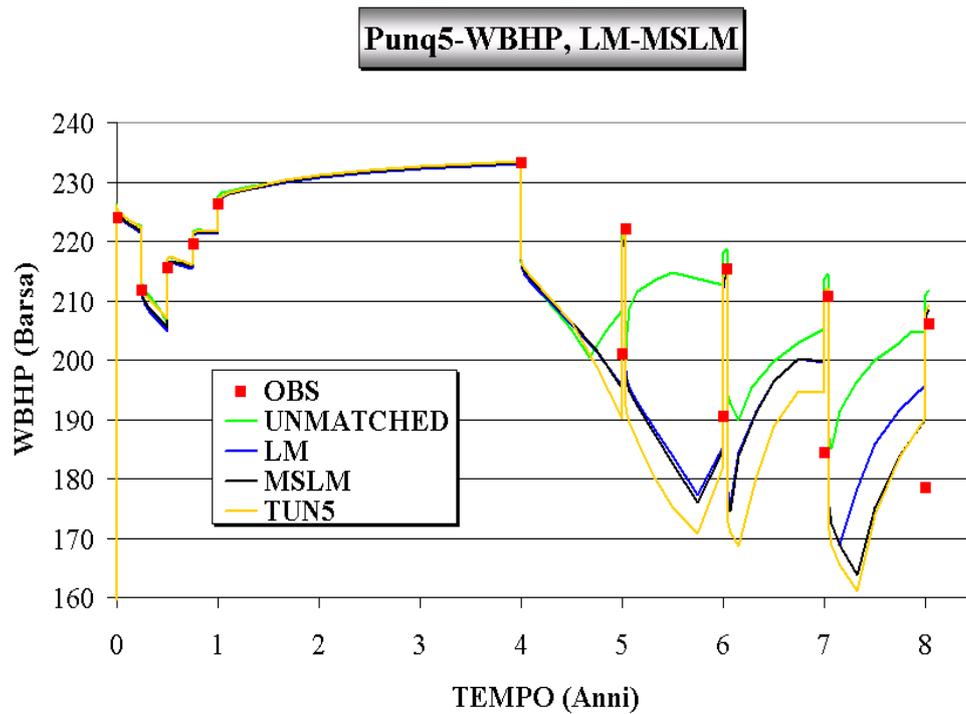


Figura 5-6. Punq5: WBHP del Pozzo PRO – 1, Metodi LM e MSLM

La pressione di fondo pozzo è rappresentata nelle figure 5-6 e 5-7 per entrambi i metodi di ottimizzazione. Osservando i due grafici, l'analisi è più complessa dato l'andamento della curva che caratterizza la pressione di fondo pozzo. Un confronto diretto tra metodo di *Tunneling* e LM, dalla figura 5-6, avvantaggia quest'ultimo, non tanto per quanto riguarda l'accordo tra dati osservati e calcolati, ma in funzione del maggiore scostamento dall'andamento della curva da parte dei minimi calcolati con l'algoritmo di *Tunneling*. Infatti, l'andamento della pressione di fondo pozzo per i cinque minimi della figura 5-7 sembra troppo oscillante rispetto al risultato ottenuto con il metodo LM.

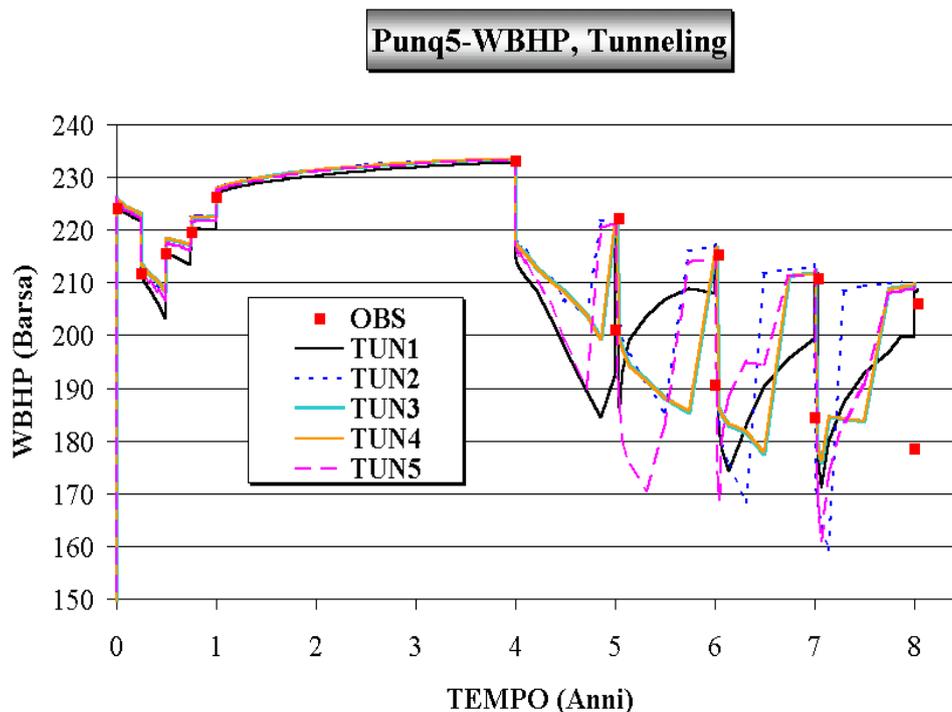


Figura 5-7. Punq5: WBHP del Pozzo PRO – 1, Metodo di Tunneling

L'ultima proprietà che presentiamo è il WWCT, rappresentata nelle figure 5-8 e 5-9.

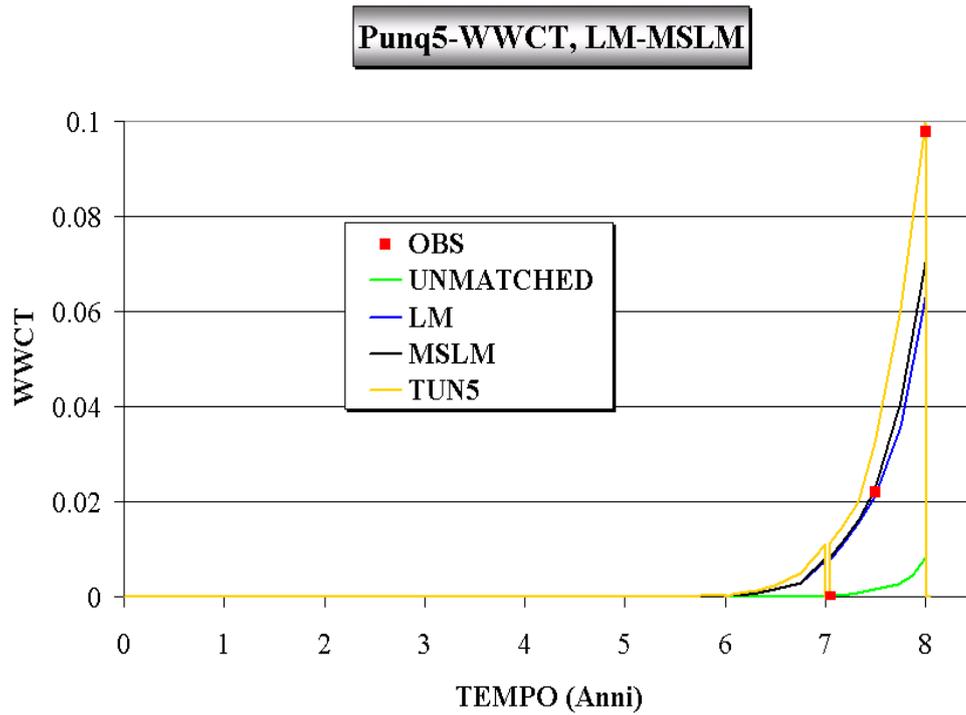


Figura 5-8. Punq5: WWCT del Pozzo PRO – 11, Metodi LM e MSLM

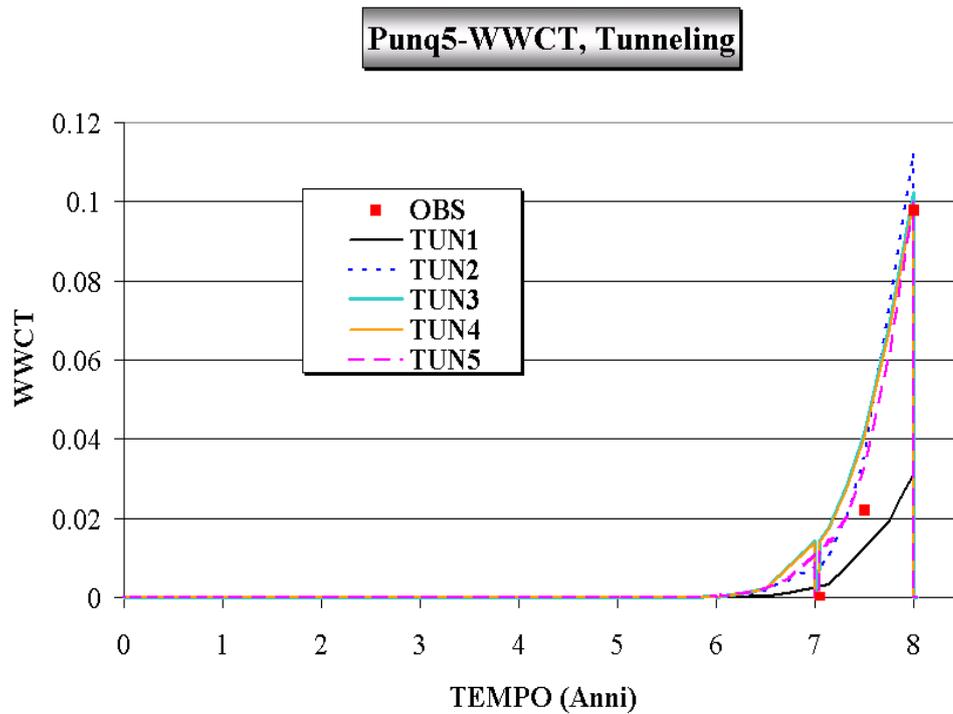


Figura 5-9. Punq5: WWCT del Pozzo PRO – 11, Metodo di Tunneling

In quest'ultimo caso, l'accordo tra dati sperimentali e calcolati è sicuramente migliore per quanto riguarda il minimo TUN5; l'analisi della figura 5-9 mostra infatti un miglior match dei dati. Inoltre, nel caso del WWCT, soltanto il primo minimo locale non soddisfa adeguatamente i dati di produzione, mentre tutti gli altri sembrano seguire con precisione crescente l'andamento della curva. È interessante notare, nel caso dell'algoritmo di *Tunneling*, il progressivo miglioramento dell'accordo tra dati sperimentali e risultati ottenuti all'aumentare dell'indice del minimo locale, cioè al diminuire del valore della funzione obiettivo che caratterizza i punti stazionari ottenuti.

5.2.2. ANALISI DELLE PREVISIONI

I diversi modelli dinamici del *Reservoir* PunqS3, calibrati tramite *Tunneling*, LM e MSLM, sono stati poi utilizzati per definire previsioni di produzione sulla base della programmazione dei pozzi stabilita dalle specifiche del progetto PunqS3, ovvero otto anni e mezzo di ulteriore sviluppo del campo con l'introduzione di 4 nuovi pozzi.

Analizziamo a questo punto la bontà dei diversi modelli, considerando per prima cosa lo scostamento dalla realtà delle produzioni cumulative di olio, gas e acqua riferite agli otto anni di sviluppo. I risultati di tale confronto per i vari minimi individuati sono riportati in tabella 5.2, unitamente ai relativi errori percentuali rispetto al caso reale.

	FOPT ($10^6 m^3$)	$\varepsilon\%$	FGPT ($10^5 m^3$)	$\varepsilon\%$	FWPT ($10^5 m^3$)	$\varepsilon\%$
<i>REAL</i>	2.349	---	1.967	---	7.024	---
<i>LM</i>	2.074	-13.24	1.848	-6.48	6.775	-3.54
<i>MSLM</i>	2.114	-11.11	1.883	-4.50	7.220	2.78
<i>TUN1</i>	2.079	-12.99	1.942	-1.33	5.600	-20.27
<i>TUN2</i>	2.335	-0.58	1.998	1.54	8.779	24.98
<i>TUN3</i>	2.312	-1.57	2.003	1.76	9.699	38.08
<i>TUN4</i>	2.300	-2.12	1.966	-0.05	9.511	35.40
<i>TUN5</i>	2.155	-9.01	1.894	-3.88	7.946	13.12

Tabella 5-2. Punq5: Previsioni di Produzione

Per prima cosa osserviamo come tutti i modelli sottostimino la produzione di olio complessiva. Questo può essere spiegato facendo riferimento alla tipologia di studio simulata. I pozzi infatti operano a portata massima fissata, con un limite minimo per la pressione di fondo pozzo; la produzione cumulativa reale rappresenta quindi la massima produzione possibile per quanto riguarda il periodo di sviluppo.

Volendo poi discriminare i modelli ottenuti calibrando il *Reservoir* mediante il metodo di *Tunneling*, la figura 5-10 presenta la produzione giornaliera di olio per l'intero giacimento.

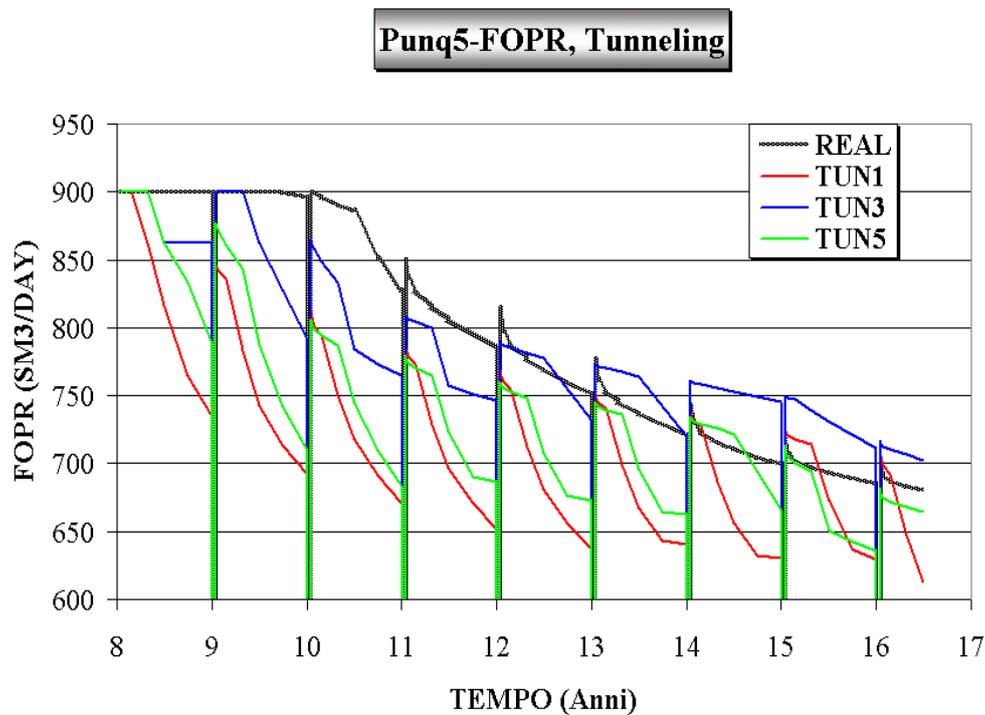


Figura 5-10. Punq5: FOPR, Tunneling

Le oscillazioni della curva di produzione giornaliera derivano dalla chiusura dei pozzi produttori; le conseguenze sulla produzione giornaliera di gas, ad esempio, si possono osservare analizzando la figura 5-11, per tutti i minimi localizzati dal metodo di *Tunneling*.

Punq5-FGPR, Tunneling

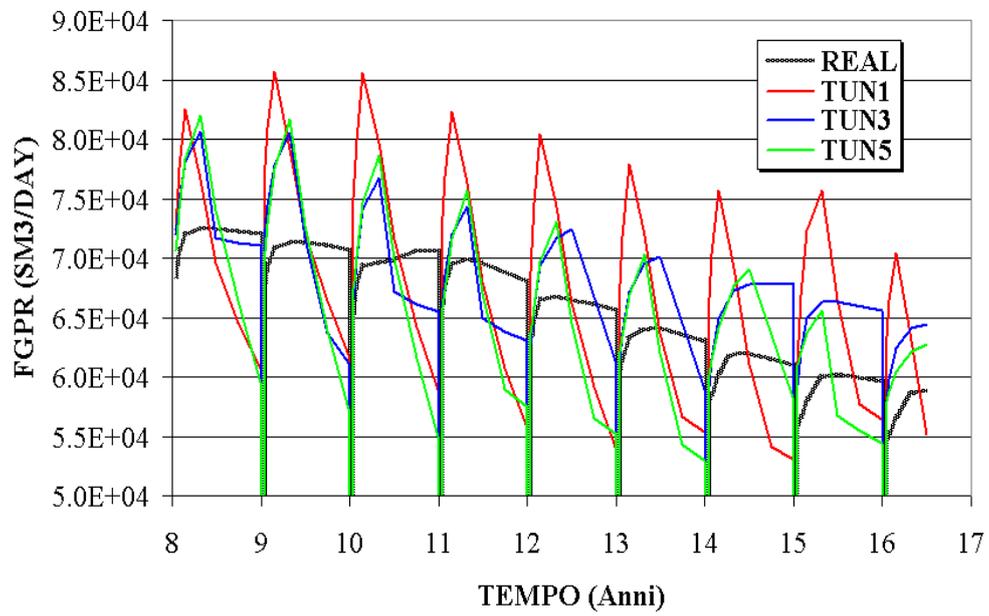


Figura 5-11. Punq5: FGPR, Tunneling

Punq5-FGOR, Tunneling

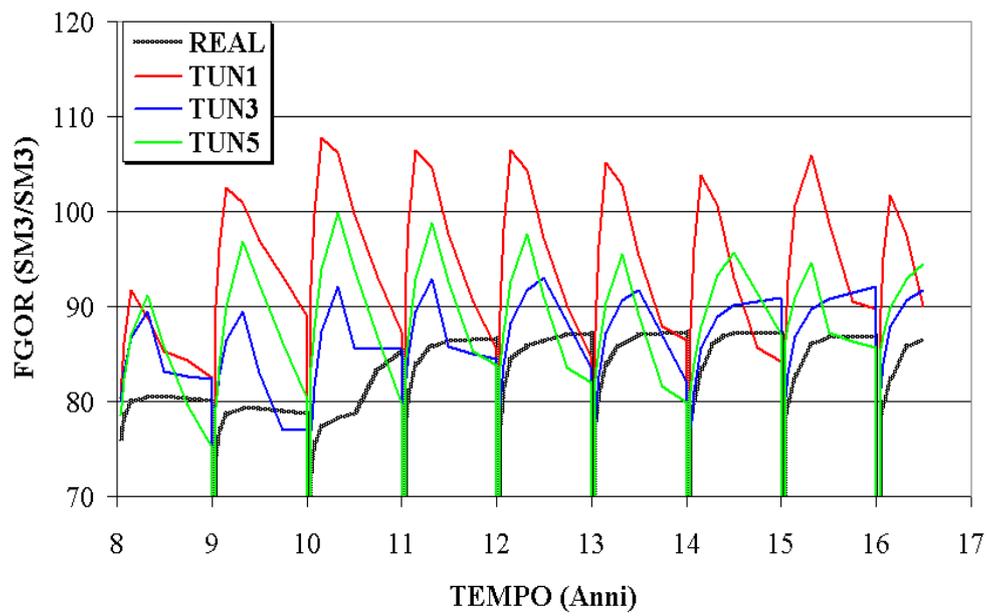


Figura 5-12. Punq5: FGOR, Tunneling

Gli ultimi due grafici che presentiamo analizzano proprietà di giacimento non relative alla produzione di olio o di gas. Le figure 5-12 e 5-13 mostrano le proprietà di FGOR e FWCT.

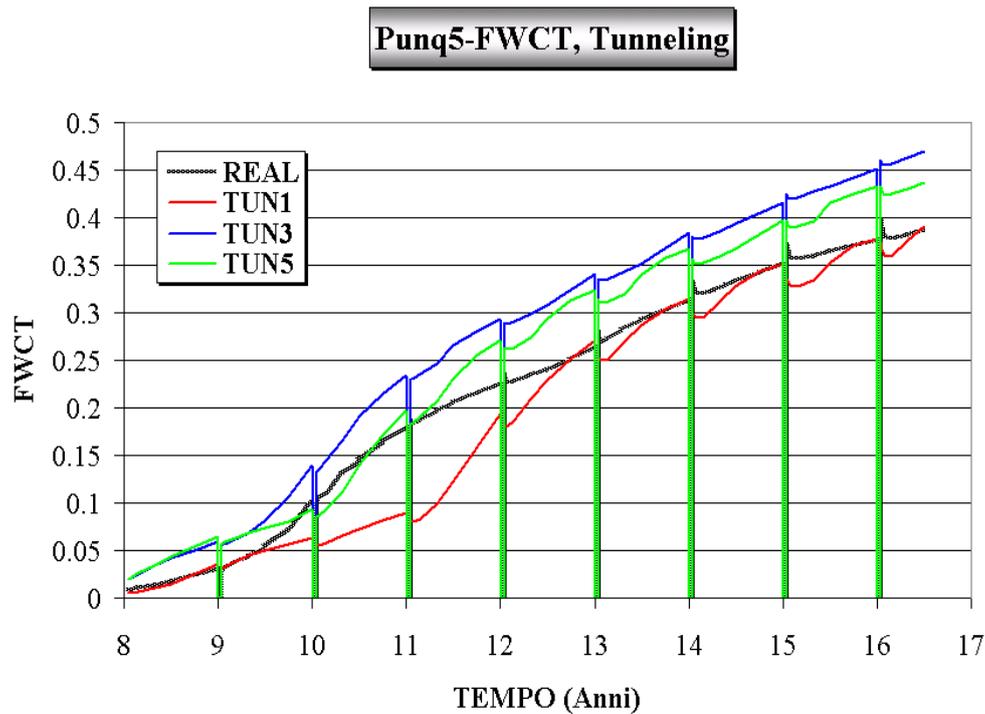


Figura 5-13. Punq5: FWCT, Tunneling

Anche in questo caso, i minimi locali caratterizzati dal minor valore della funzione obiettivo ottenuti utilizzando l'algoritmo di *Tunneling* tendono ad una sovrastima del FWCT.

5.2.3. ANALISI DEI RISULTATI

Per il caso test Punq5, questo tipo di analisi ha portato ai risultati esposti nella tabella 5-3, in cui gli errori parziali e globali per ogni metodo considerato sono espressi in percentuale. Il miglior risultato globale di *Forecast* è evidenziato all'interno della

tabella 5-3.

	FOPT	FOPR	FGPT	FGPR	FGOR	FWCT	ε %
<i>LM</i>	7.79	6.62	7.55	5.95	4.83	11.93	7.38
<i>MSLM</i>	6.85	5.41	5.69	4.84	4.87	13.14	6.80
<i>TUN1</i>	9.16	6.14	5.10	5.67	6.55	10.58	7.20
<i>TUN2</i>	0.44	1.06	2.72	2.44	2.99	17.07	4.45
<i>TUN3</i>	1.91	2.56	0.52	3.60	2.47	22.64	5.62
<i>TUN4</i>	2.05	2.58	0.61	2.80	2.58	21.40	5.50
<i>TUN5</i>	5.70	4.71	4.58	4.49	4.26	17.26	6.83

Tabella 5-3. Punq5: Analisi Numerica del Forecast

È possibile notare che l'errore parziale più elevato è presente quando si analizza il FWCT del giacimento; ciò è una conseguenza del fatto che, durante il processo di *History Matching*, il numero di dati osservati di WWCT a disposizione era esiguo (4 o 5 per ogni pozzo produttore), e dunque i parametri ottenuti dal processo di ottimizzazione risultano tarati in modo molto approssimativo per quanto riguarda questa proprietà.

Rilevante è il fatto che il minimo locale più preciso ottenuto con il *Tunneling* non porti ad un *Forecast* particolarmente soddisfacente. Ciò può essere spiegato adducendo due motivi fondamentali: in primo luogo, la precisione con cui il sistema giacimento risponde alle variazioni dei parametri durante la simulazione della storia produttiva (*History Matching*) non assicura che esso sia in grado di originare una risposta altrettanto soddisfacente durante le previsioni di produzione. In secondo luogo, il modello di giacimento utilizzato nel processo di *History Matching* contiene dei parametri che vengono calibrati in funzione della risposta del modello alle sollecitazioni esterne (problema inverso), e dunque è possibile che, durante la simulazione, alcuni di essi assumano dei valori che hanno scarso significato fisico. Questo può portare ad un ottimo risultato di *History Matching* ma ad una povera predizione delle previsioni di produzione.

Per tutte queste ragioni, il metodo di *Tunneling* sembra essere la risposta più adatta: la possibilità di fornire un insieme di minimi locali ognuno caratterizzato da un set di parametri differenti permette di prevedere un maggior numero di scenari futuri

possibili, e quindi di considerare più alternative per quanto riguarda le decisioni da prendere durante il periodo futuro di produzione di un giacimento.

5.3. Il Caso Punq10

L'ottimizzazione numerica del caso test Punq10 ha portato all'individuazione di 3 differenti minimi locali grazie all'utilizzo del metodo di *Tunneling*. Analogamente al caso Punq5, l'applicazione dell'algoritmo di Levenberg – Marquardt unitamente alla tecnica *Multistart* ha permesso di individuare due minimi locali. La tabella 5-4 riassume le prestazioni del metodo di *Tunneling*, in termini di valutazioni di funzioni sia nella fase di minimizzazione, sia nella fase di *Tunneling*. In calce alla tabella 5-4 sono riportati i valori minimi della funzione obiettivo e il numero di valutazioni di funzioni utilizzando gli algoritmi LM e MSLM.

Fase	F(x)	Valutazioni di F(x)
<i>Start</i>	1.994	1
<i>Min 1</i>	0.4257	36
<i>Tun 1</i>	0.4055	31
<i>Min 2</i>	0.3402	94
<i>Tun 2</i>	0.3344	194
<i>Min 3</i>	0.2961	79
LM	0.3231	21
MSLM	0.2773	83

Tabella 5-4. Punq10: Prestazioni dei Metodi di Ottimizzazione

Come si nota dalla tabella 5-3, anche in questo caso il costo computazionale di ogni fase di *Tunneling* è sempre molto superiore a quello della fase di minimizzazione. Per quanto riguarda l'algoritmo LM, l'opzione *Multistart* si è rivelata proficua, poco dispendiosa ed è stata in grado di localizzare un minimo locale estremamente buono.

Si noti ora come la nuova parametrizzazione, più ricca, abbia come conseguenza valori della funzione obiettivo al termine delle varie fasi di ottimizzazione

sistematicamente inferiori a quanto ottenuto nel caso Punq5. Questo comportamento è spiegabile in base all'aumento dei gradi di libertà aggiustabili nel corso della minimizzazione.

5.3.1. HISTORY MATCHING

Analogamente al caso Punq5, la sezione presenta i risultati fondamentali del processo di *History Matching*. Attenendoci allo stesso ordine assunto nel caso Punq5, le figure 5-14 e 5-15 propongono l'andamento della curva di WGOR per il metodo LM e l'algoritmo di *Tunneling* rispettivamente. Osservando le due figure si nota un migliore accordo tra i dati osservati e le proprietà calcolate quando si utilizza la tecnica *Multistart*. In effetti, il minimo locale ottenuto con questa opzione risulta il punto stazionario dotato del più piccolo valore della funzione oggetto.

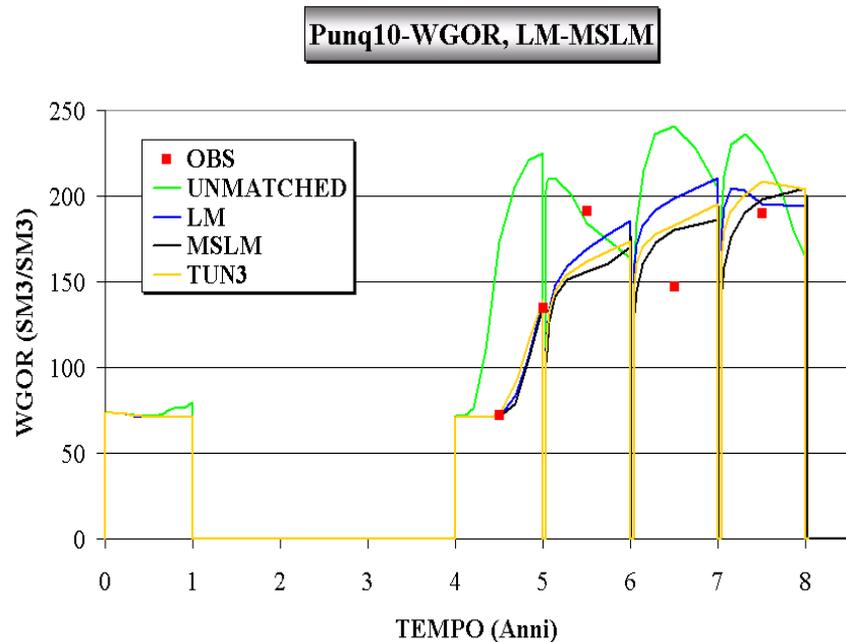


Figura 5-14. Punq10: WGOR del Pozzo PRO – 1, Metodi LM e MSLM

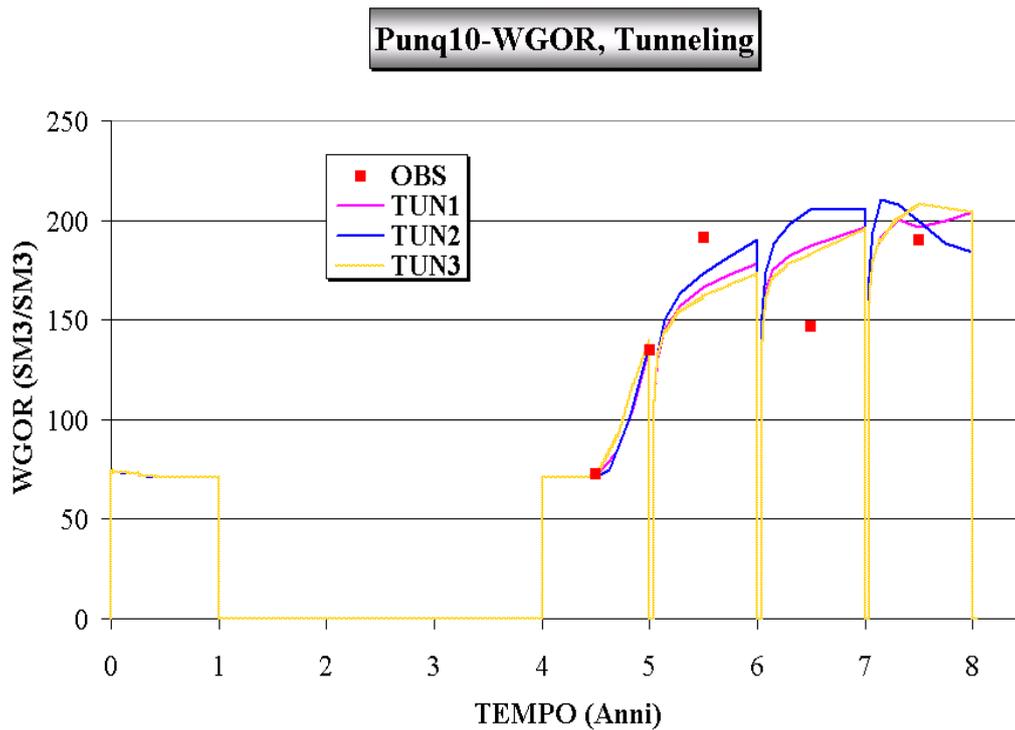


Figura 5-15. Punq10: WGOR del Pozzo PRO – 1, Metodo di Tunneling

Osservando la figura 5-15, si può notare il progressivo miglioramento della soluzione al diminuire del valore della funzione oggetto, per i tre minimi locali considerati.

Le figure 5-16 e 5-17 presentano, per entrambi i metodi di ottimizzazione, l'andamento della pressione di fondo pozzo, sempre considerando il pozzo produttore PRO-1.

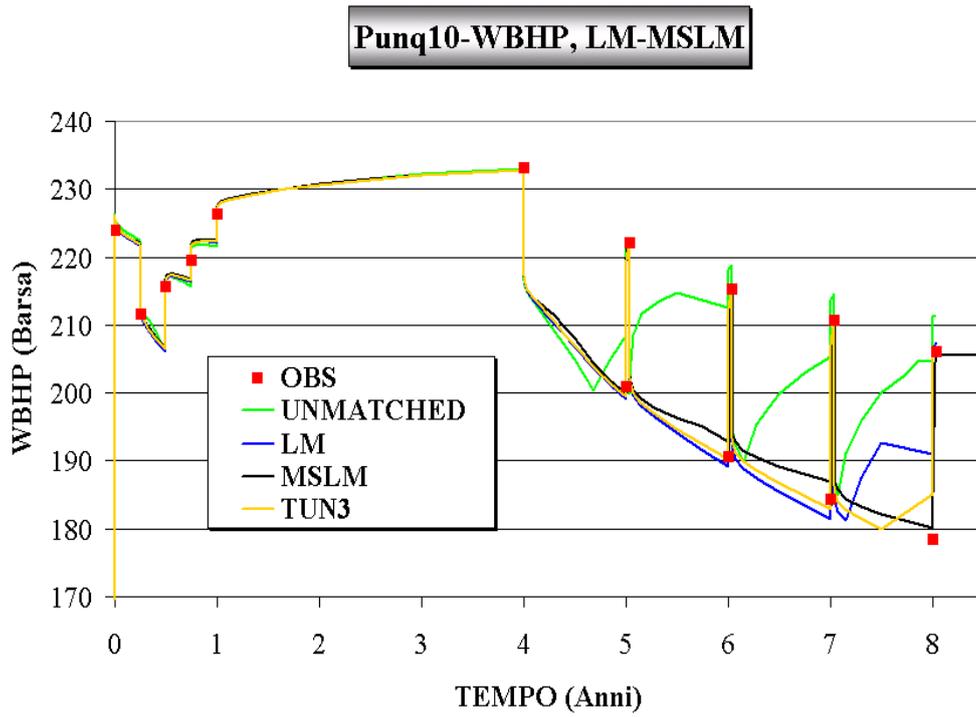


Figura 5-16. Punq10: WBHP del Pozzo PRO – 1, Metodi LM e MSLM

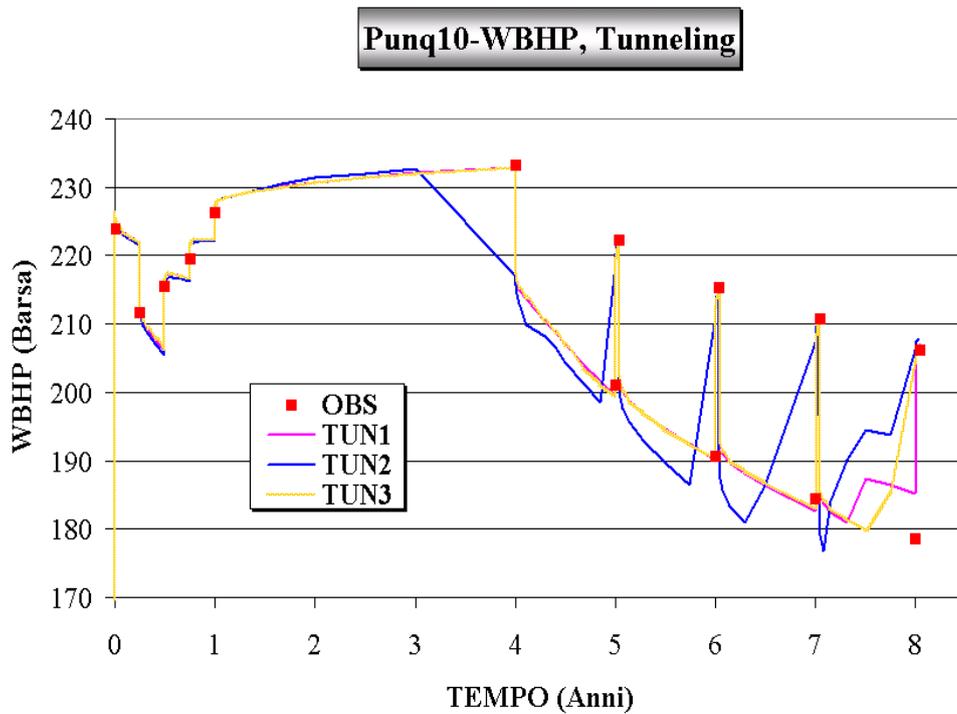


Figura 5-17. Punq10: WBHP del Pozzo PRO – 1, Metodo di Tunneling

In questo caso, risulta estremamente difficile giudicare la qualità dell'accordo tra dati osservati e risultati della simulazione, a causa della complessità dell'andamento che caratterizza la pressione di fondo del pozzo PRO – 1. Nella figura 5-17, si nota un chiaro miglioramento del match all'aumentare dell'indice del minimo locale, tuttavia un confronto grafico diretto tra il metodo di *Tunneling* e l'algoritmo LM potrebbe fornire risultati discutibili. A prima vista, il minimo locale ottenuto con l'opzione *Multistart* fornisce un miglior accordo.

Infine, l'ultima proprietà di *History Matching* che viene presentata è il WWCT per il pozzo PRO – 11, nelle figure 5-18 e 5-19.

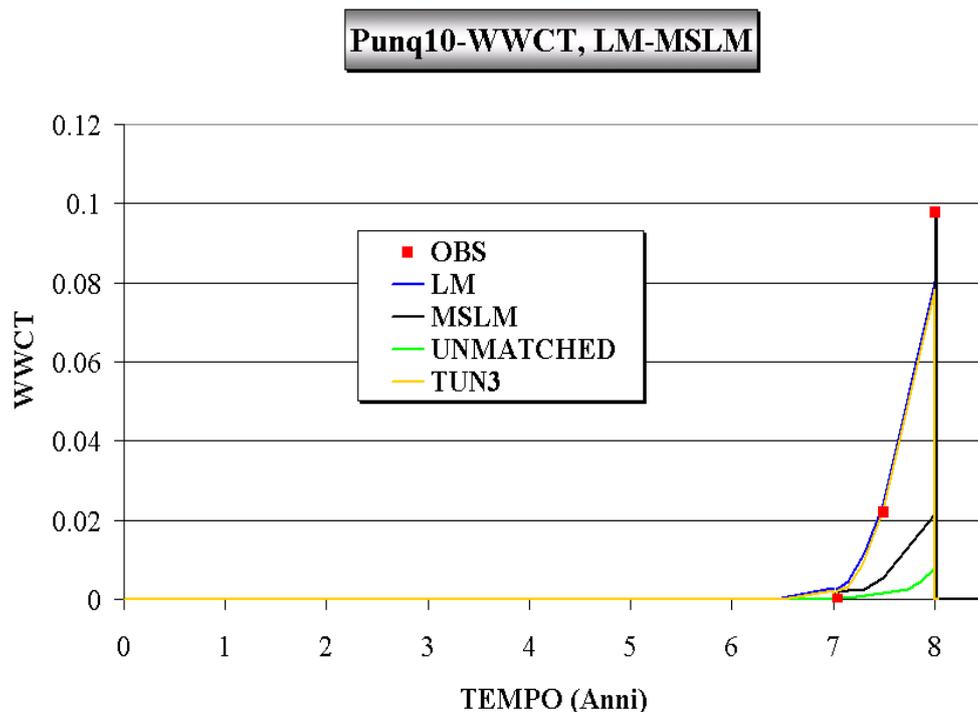


Figura 5-18. Punq10: WWCT del Pozzo PRO – 11, Metodi LM e MSLM

L'analisi di queste due figure risulta un po' ambigua; è indiscutibile che il miglior accordo tra dati sperimentali e risultati della simulazione provenga dall'ultimo minimo localizzato col metodo di *Tunneling* e dall'algoritmo LM con l'opzione *Multistart*.

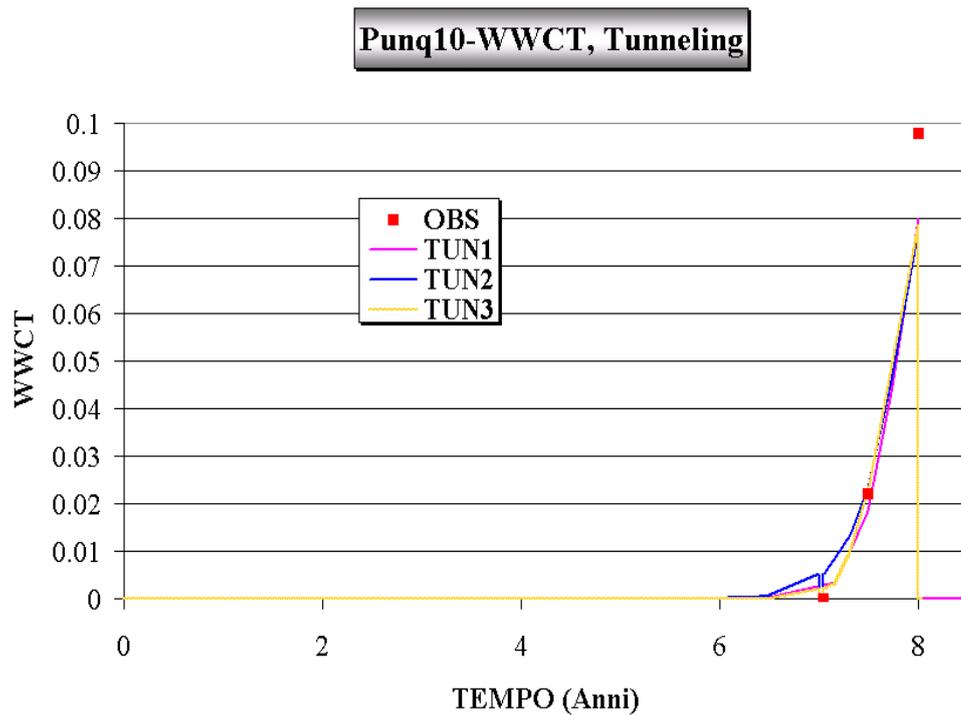


Figura 5-19. Punq10: WWCT del Pozzo PRO – 11, Metodo di Tunneling

5.3.2. ANALISI DELLE PREVISIONI

In seguito all'ottimizzazione del caso test Punq10, il metodo di *Tunneling* ha localizzato tre minimi locali distinti. In questa sezione giudicheremo la qualità delle previsioni di produzione forniteci da questo algoritmo, confrontandole con i *Forecast* ottenuti utilizzando tecniche di minimizzazione locale.

Analizziamo a questo punto la bontà dei diversi modelli, considerando, analogamente al caso precedente, per prima cosa lo scostamento dalla realtà delle produzioni cumulative di olio, gas e acqua riferite agli otto anni di sviluppo. I risultati di tale confronto per i vari minimi individuati sono riportati in tabella 5.5, unitamente ai relativi errori percentuali rispetto al caso reale.

	FOPT ($10^6 m^3$)	$\varepsilon\%$	FGPT ($10^5 m^3$)	$\varepsilon\%$	FWPT ($10^5 m^3$)	$\varepsilon\%$
<i>REAL</i>	2.349	---	1.967	---	7.024	---
<i>LM</i>	2.146	-8.63	1.783	-9.39	9.776	39.17
<i>MSLM</i>	2.047	-12.85	1.784	-9.30	11.31	61.05
<i>TUN1</i>	2.239	-4.67	1.861	-5.43	8.853	26.04
<i>TUN2</i>	2.193	-6.63	1.816	-7.68	6.729	-4.21
<i>TUN3</i>	2.167	-7.75	1.873	-4.81	11.14	58.60

Tabella 5-5. Punq10: Previsioni di Produzione

Anche in questo caso, si nota che tutti i modelli calibrati sottostimano la produzione di olio globale; per questa parametrizzazione, inoltre, vi è anche una grande sovrastima della produzione totale di acqua, eccetto per il minimo locale TUN2.

Come prima, la produzione giornaliera di olio per il metodo di *Tunneling* è presentata nella figura 5-20, mentre le figure 5-21 e 5-22 mostrano gli andamenti delle proprietà FGPR e FGOR.

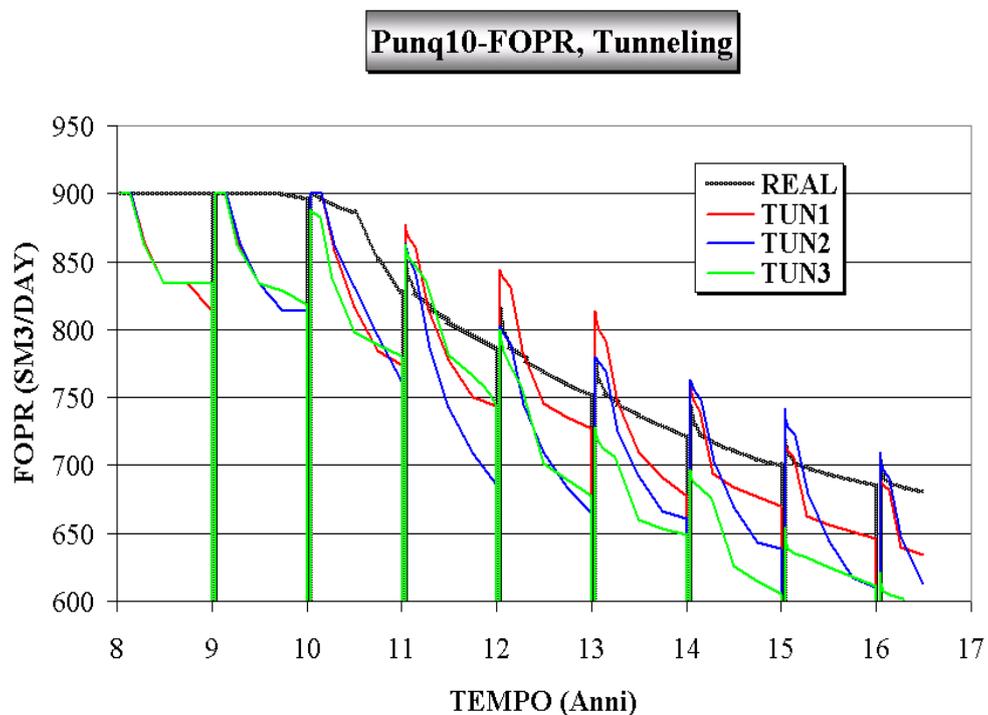


Figura 5-20. Punq10: FOPR, Tunneling

Punq10-FGPR, Tunneling

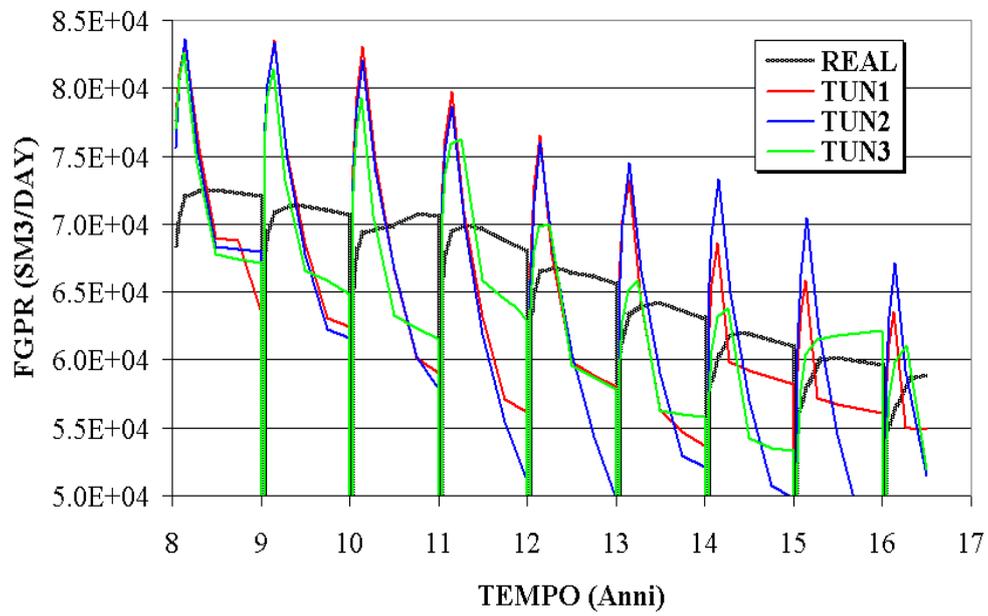


Figura 5-21. Punq10: FGPR, Tunneling

Punq10-FGOR, Tunneling

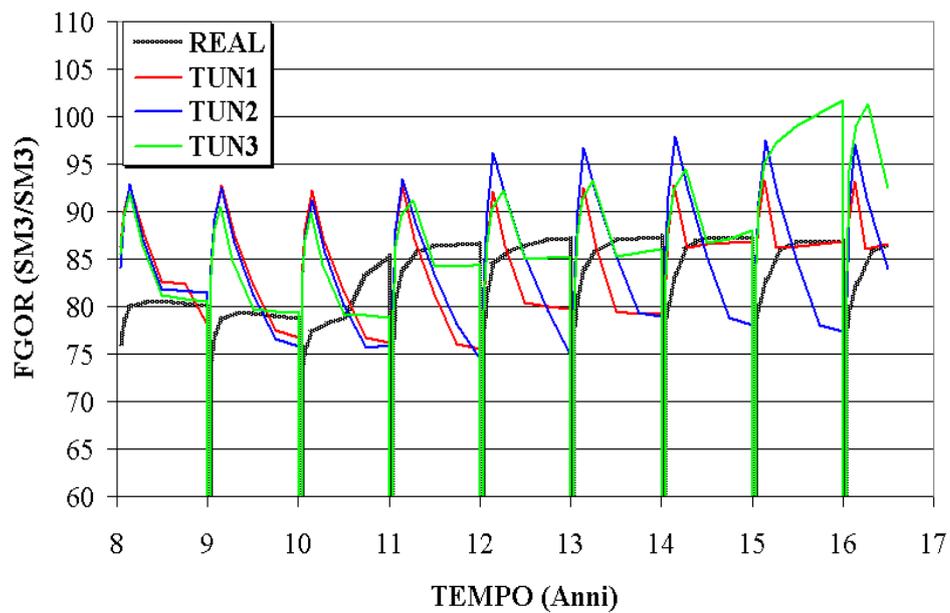


Figura 5-22. Punq10: FGOR, Tunneling

Evidente, anche nel caso test Punq10, il comportamento oscillante della produzione giornaliera di gas per il giacimento. La figura 5-23 presenta l'andamento del FWCT. Si nota che almeno uno dei tre minimi ottenuti con l'algoritmo di *Tunneling* è in grado di riprodurre fedelmente il comportamento reale del giacimento PunqS3. Risulta ora molto più chiaro perché è così utile avere la possibilità di esaminare differenti minimi locali di una stessa funzione oggetto: si ha quasi la certezza che almeno uno di essi possa simulare correttamente l'andamento futuro del giacimento considerato.

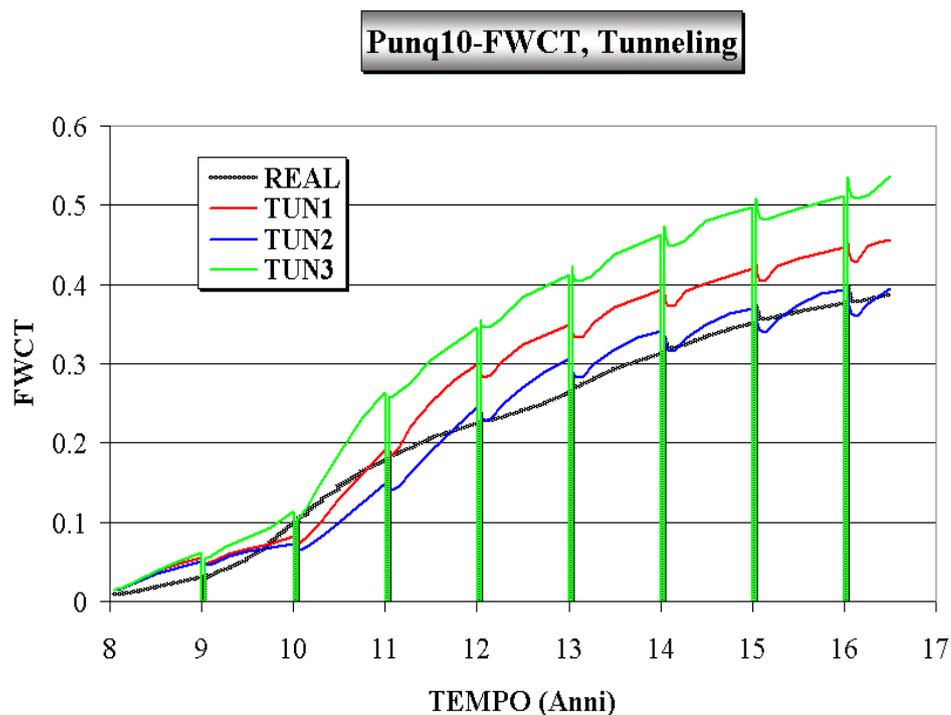


Figura 5-23. Punq10: FWCT, Tunneling

5.3.3. ANALISI DEI RISULTATI

La tabella 5-6 fornisce gli errori parziali e globali dei risultati ottenuti, in analogia con il caso test Punq5. Anche in questo caso, il secondo minimo localizzato dal metodo di *Tunneling* è quello che presenta l'errore globale inferiore, e dunque rappresenta il

miglior candidato per prevedere il comportamento futuro del giacimento. Tutte le considerazioni relative al fatto che il miglior minimo locale non porti al miglior *Forecast* sono simili a quelle esposte nel paragrafo 5.2.3 per il caso test Punq5.

	FOPT	FOPR	FGPT	FGPR	FGOR	FWCT	ϵ %
<i>LM</i>	4.09	4.51	2.49	7.01	3.76	24.87	7.79
<i>MSLM</i>	4.83	7.40	2.54	6.39	3.46	36.40	10.17
<i>TUN1</i>	2.58	2.74	1.59	5.58	3.42	17.39	5.54
<i>TUN2</i>	3.87	3.65	2.08	6.97	3.92	11.55	5.34
<i>TUN3</i>	2.99	4.66	1.52	5.14	2.85	29.18	7.72

Tabella 5-6. Punq10: Analisi Numerica del Forecast

Anche per il Punq10, l'errore parziale più elevato è presente quando si analizza il FWCT del giacimento; la spiegazione è analoga a quella per il caso test Punq5.

Analizzando la tabella 5-6, i tre minimi calcolati utilizzando il metodo di *Tunneling* risultano essere i migliori, da un punto di vista globale, per il *Forecast*. L'algoritmo LM con l'opzione *Multistart*, nonostante avesse fornito il miglior accordo tra dati osservati e proprietà simulate durante il processo di *History Matching* in termini di valore della funzione obiettivo, ora mostra il peggior *Forecast* tra quelli proposti per il caso test Punq10.

5.4. Il Caso Punq30

Il caso test Punq30 è forse la variante del PunqS3 più studiata nella letteratura sull'argomento [4]. Vari risultati sono disponibili, e concordano pienamente con quelli che andremo ad esporre in questa sezione.

L'ottimizzazione numerica del caso test Punq30 ha portato all'individuazione di 4 differenti minimi locali grazie all'utilizzo del metodo di *Tunneling*. Analogamente al caso Punq5 e Punq10, l'applicazione dell'algoritmo LM unitamente alla tecnica *Multistart* ha permesso di individuare due minimi locali. La tabella 5-7 riassume le

prestazioni del metodo di *Tunneling*, in termini di valutazioni di funzioni sia nella fase di minimizzazione, sia nella fase di *Tunneling*. In calce alla tabella 5-7 sono riportati i valori minimi della funzione obiettivo e il numero di valutazioni di funzioni utilizzando gli algoritmi LM e MSLM.

Fase	F(x)	Valutazioni di F(x)
<i>Start</i>	1.994	1
<i>Min 1</i>	0.2111	72
<i>Tun 1</i>	0.2101	62
<i>Min 2</i>	0.2095	29
<i>Tun 2</i>	0.2051	156
<i>Min 3</i>	0.2039	33
<i>Tun 3</i>	0.2036	257
<i>Min 4</i>	0.2008	64
LM	0.2096	35
MSLM	0.1986	288

Tabella 5-7. Punq30: Prestazioni dei Metodi di Ottimizzazione

La tabella 5-7 mostra che, a differenza degli altri due casi test presi in considerazione, per il Punq30 le fasi di *Tunneling* sono state particolarmente dispendiose. Non è facile ricercarne il motivo, dato che l'algoritmo di minimizzazione implementato nel codice sorgente del metodo di *Tunneling* (utilizzato anche per minimizzare la funzione ausiliaria di *Tunneling*, nell'implementazione BFGS + BFGS da noi testata) è disegnato appositamente per i problemi su larga scala. Probabilmente il fatto che l'algoritmo BFGS non possieda caratteristiche di convergenza globali (a differenza del metodo di Levenberg – Marquardt), può causare il blocco dell'algoritmo stesso in ogni minimo locale incontrato dalla funzione oggetto, indipendentemente dal suo valore.

Sarebbe dunque conveniente introdurre un metodo di minimizzazione locale che permetta di allontanarsi dai punti stazionari non rilevanti per la simulazione, anche se ciò risulta particolarmente complesso in quanto la funzione di *Tunneling* non può essere riarrangiata matematicamente come problema ai minimi quadrati e, quindi, tutte le tecniche basate sul metodo *Trust Region* (quali appunto Levenberg – Marquardt, Gauss –

Newton) che sono molto più efficienti in questi casi, non possono ad essa essere applicati. Per quanto riguarda l'algoritmo di Levenberg – Marquardt, l'opzione *Multistart* si è rivelata dispendiosa, nonostante abbia localizzato un minimo locale estremamente buono.

5.4.1. HISTORY MATCHING

Analogamente ai casi Punq5 e Punq10, la sezione presenta i risultati fondamentali del processo di *History Matching*. Attenendoci allo stesso ordine assunto nei casi precedenti, le figure 5-24 e 5-25 propongono l'andamento della curva di WGOR per il metodo LM e l'algoritmo di *Tunneling* rispettivamente. L'analisi delle figure mostra un ottimo accordo tra dati sperimentali e risultati della simulazione sia per quanto riguarda il miglior minimo locale del metodo di *Tunneling* sia per il metodo LM.

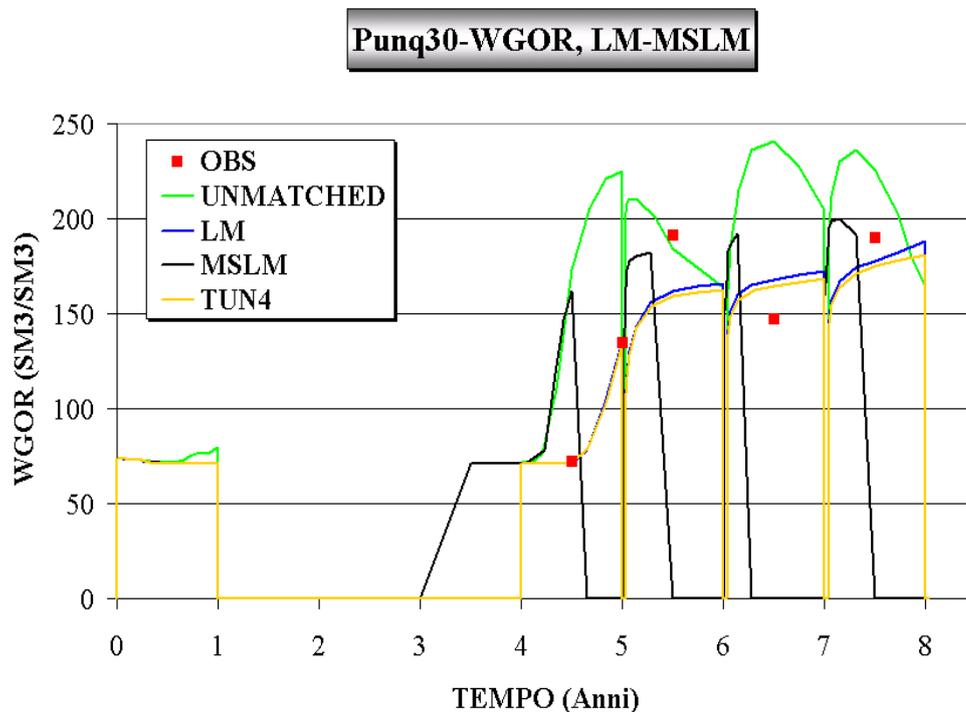


Figura 5-24. Punq30: WGOR del Pozzo PRO – 1, Metodi LM e MSLM

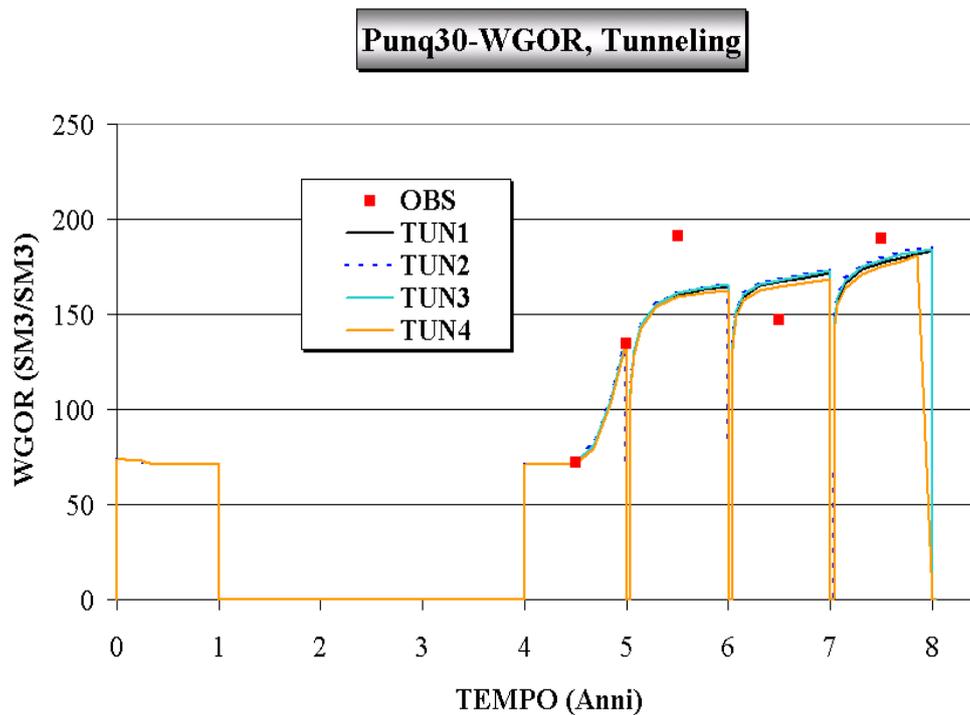


Figura 5-25. Punq30: WGOR del Pozzo PRO – 1, Metodo di Tunneling

Il confronto grafico nella figura 5-24 è molto difficile, in quanto i due diversi metodi di ottimizzazione hanno generato curve di WGOR estremamente simili anche se, ad un esame accurato, si nota che il miglior minimo del *Tunneling* è leggermente superiore in qualità. L'analisi della figura 5-25 mostra che i 4 minimi locali calcolati dal metodo di *Tunneling* risultano praticamente coincidenti per quanto riguarda le curve di WGOR. È dunque interessante studiare la distanza, intesa in senso euclideo, tra i minimi locali ottenuti dal *Tunneling*. La tabella 5-8 propone il calcolo di tale distanza, come $\|x_i^* - x_j^*\|$, $i \neq j$, dove x^* rappresenta il vettore dei parametri che caratterizzano un minimo locale della funzione obiettivo.

Dalla tabella 5-8, considerando che i vincoli di minimo/massimo per i parametri impongono che $0.1 \leq x_i \leq 3$, si può affermare che i minimi locali calcolati dal *Tunneling* rappresentano punti ben distanti nello spazio delle variabili, come vuole l'implementazione del metodo.

	x_1^*	x_2^*	x_3^*	x_4^*
x_1^*	---	0.4258	0.7219	1.1913
x_2^*	0.4258	---	0.5111	1.1866
x_3^*	0.7219	0.5111	---	0.9342
x_4^*	1.1913	1.1866	0.9342	---

Tabella 5-8. Punq30: Distanza Euclidea tra i Minimi Locali

Ciò significa che la funzione obiettivo presenta estese valli, e non picchi pronunciati, per cui anche una grande variazione del valore di alcuni parametri non porta ad un cambiamento drastico nel valore della funzione obiettivo. Si può anche desumere da ciò che il modello risulta poco sensibile alla variazione di alcuni parametri, anche se l'identificazione di questi non è stata effettuata.

Un comportamento analogo si può osservare nella figura 5-27, che presenta l'andamento della pressione di fondo pozzo per il metodo di *Tunneling*.

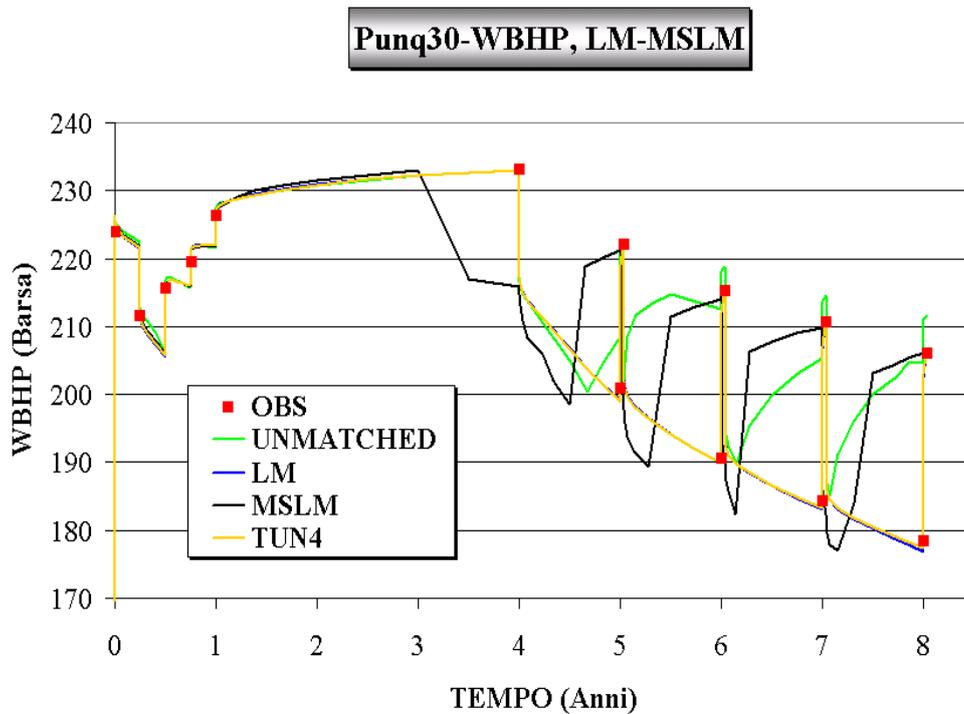


Figura 5-26. Punq30: WBHP del Pozzo PRO – 1, Metodi LM e MSLM

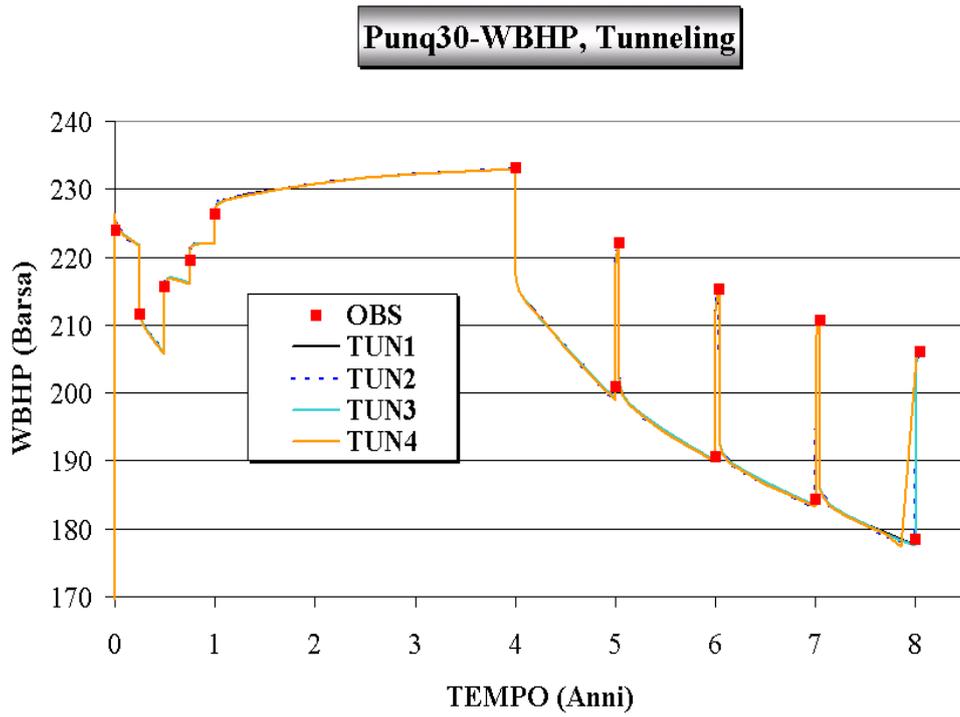


Figura 5-27. Punq30: WBHP del Pozzo PRO – 1, Metodo di Tunneling

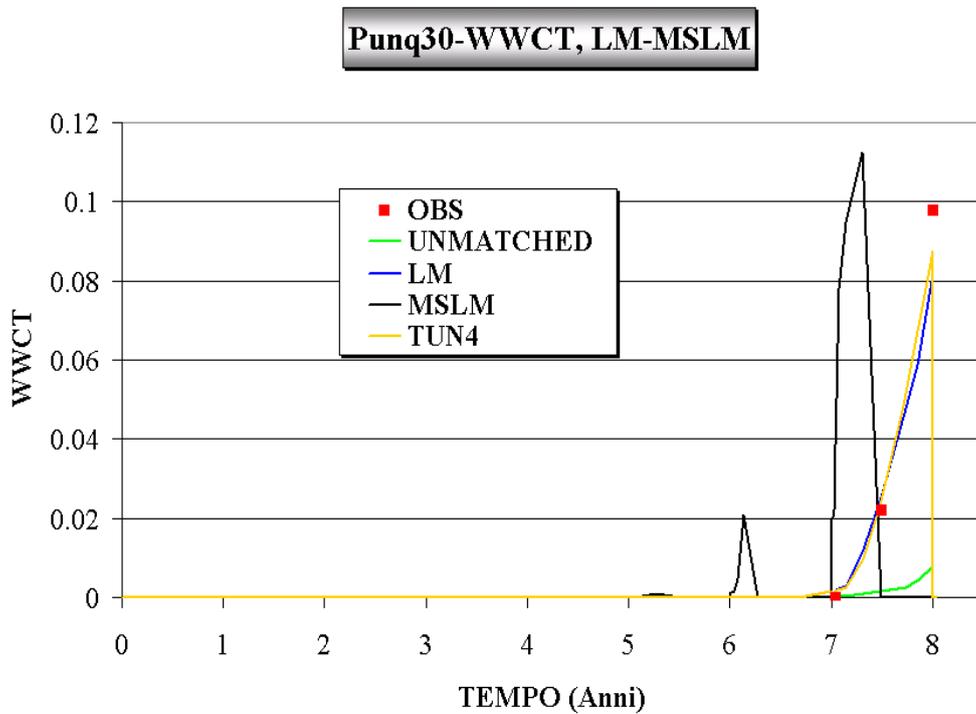


Figura 5-28. Punq30: WWCT del Pozzo PRO – 11, Metodi LM e MSLM

Infine, le figure 5-28 e 5-29 propongono l'andamento del WWCT per il pozzo PRO-11 per entrambi i metodi di ottimizzazione.

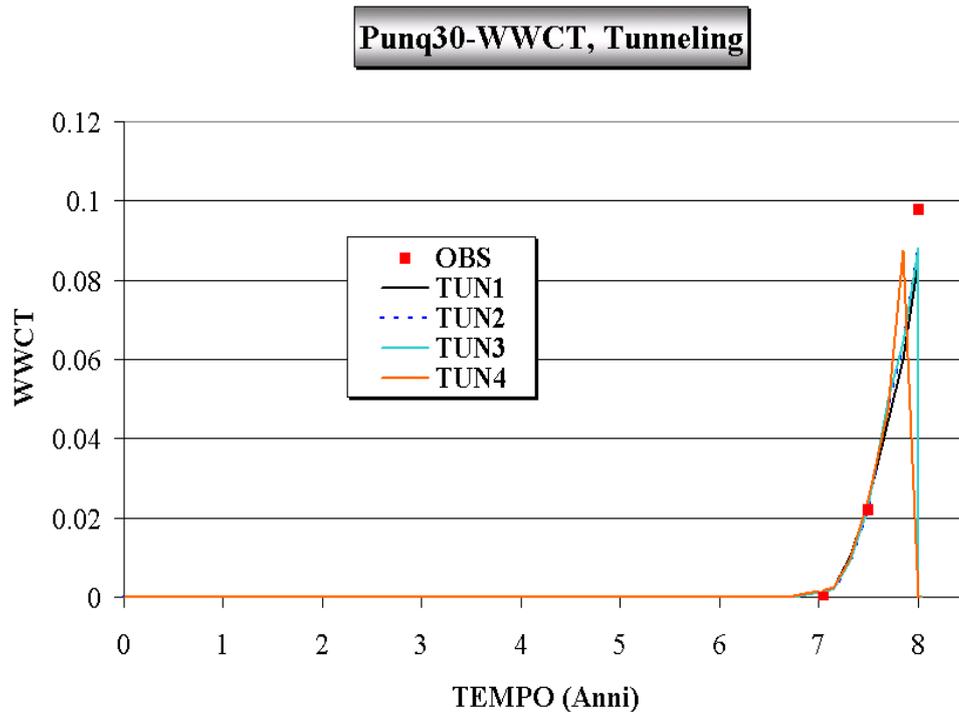


Figura 5-29. Punq30: WWCT del Pozzo PRO – 11, Metodo di Tunneling

L'accordo migliore si ottiene considerando l'ultimo minimo locale fornito dal metodo di *Tunneling*. L'algoritmo *Multistart*, invece, propone una curva di WWCT molto lontana dai dati di produzione, nonostante il valore ottimale della funzione obiettivo.

5.4.2. ANALISI DELLE PREVISIONI

In seguito all'ottimizzazione del caso test Punq30, il metodo di *Tunneling* ha localizzato quattro minimi locali distinti. In questa sezione giudicheremo la qualità delle

previsioni di produzione forniteci da questo algoritmo, confrontandole con i *Forecast* ottenuti utilizzando tecniche di minimizzazione locale.

Come nei casi test precedenti, le produzioni globali di olio, gas e acqua sono presentate nella tabella 5-9 con i relativi errori rispetto al caso reale.

	FOPT ($10^6 m^3$)	$\varepsilon\%$	FGPT ($10^5 m^3$)	$\varepsilon\%$	FWPT ($10^5 m^3$)	$\varepsilon\%$
<i>REAL</i>	2.349	---	1.967	---	7.024	---
<i>LM</i>	2.155	-8.22	1.992	1.25	6.576	-6.39
<i>MSLM</i>	2.205	-6.13	2.056	4.50	7.502	6.80
<i>TUN1</i>	2.164	-7.86	2.018	2.59	7.409	5.48
<i>TUN2</i>	2.165	-7.81	2.014	2.39	7.333	4.39
<i>TUN3</i>	2.174	-7.44	2.031	3.25	7.295	3.85
<i>TUN4</i>	2.192	-6.64	2.069	5.14	7.539	7.33

Tabella 5-9. Pung30: Previsioni di Produzione

Situazione analoga ai casi test precedenti, la produzione totale di olio risulta sottostimata da tutti i minimi locali calcolati, a differenza dei *Reservoir* Pung5 e Pung10, comunque, le previsioni di produzione di acqua sono molto più vicine alla realtà in quanto gli errori sono accettabili. Ciò è dovuto alla migliore rappresentazione del giacimento nel modello grazie all'introduzione di un numero maggiore di parametri e quindi ad una descrizione più esaustiva e completa del comportamento del *Reservoir* in questione.

Le figure 5-30 e 5-31 propongono, per il periodo di *Forecast*, l'andamento della produzione giornaliera di olio e di gas del giacimento. A differenza dei due casi test precedenti, si nota un'oscillazione minore nelle curve di FOPR e FGPR, anche se la produzione di olio è sempre sottostimata mentre quella di gas è sovrastimata. Le figure 5-32 e 5-33 presentano le curve di FGOR e FWCT per l'intero giacimento.

Punq30-FOPR, Tunneling

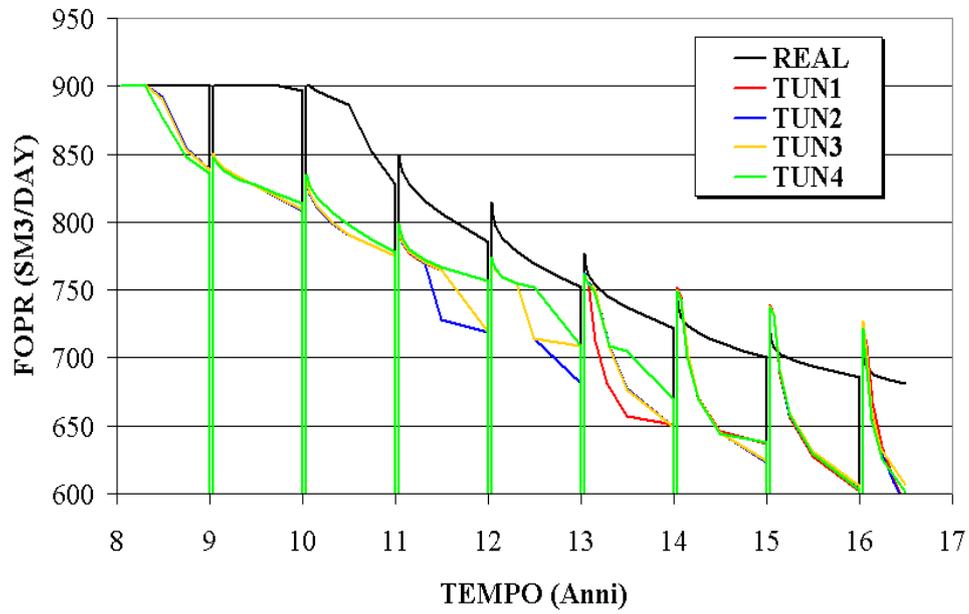


Figura 5-30. Punq30: FOPR, Tunneling

Punq30-FGPR, Tunneling

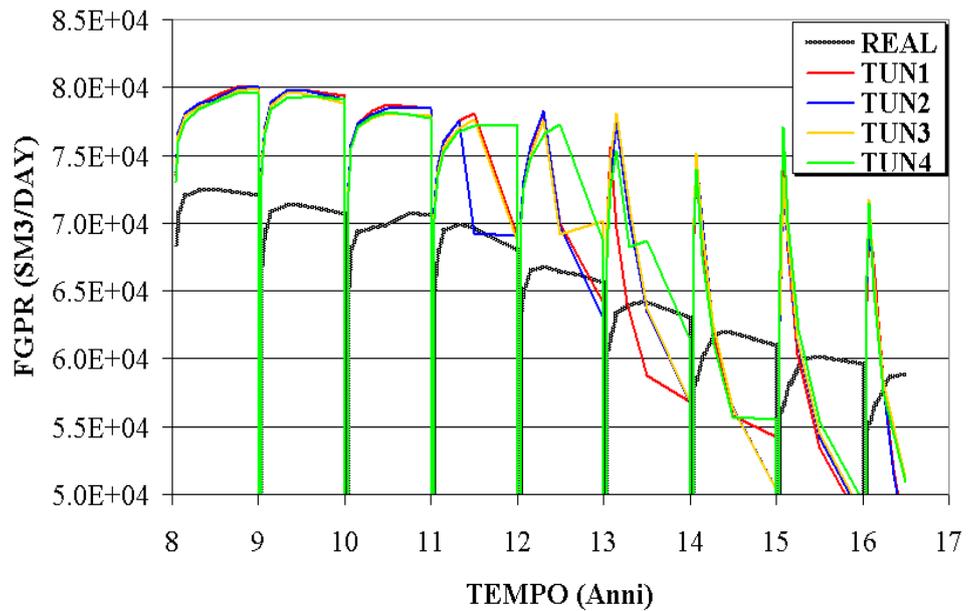


Figura 5-31. Punq30: FGPR, Tunneling

Punq30-FGOR, Tunneling

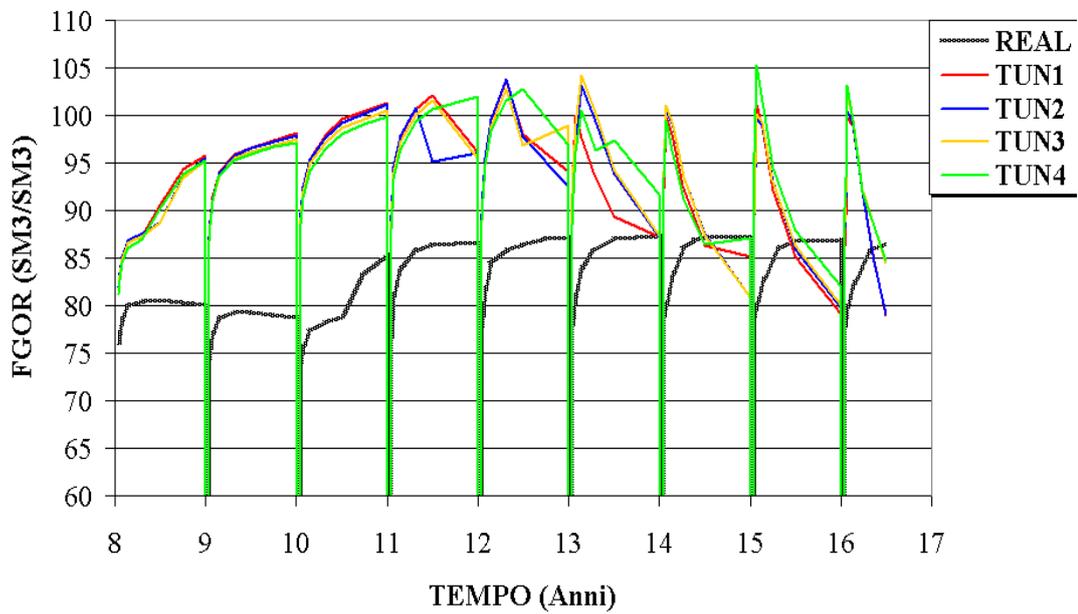


Figura 5-32. Punq30: FGOR, Tunneling

Punq30-FWCT, Tunneling

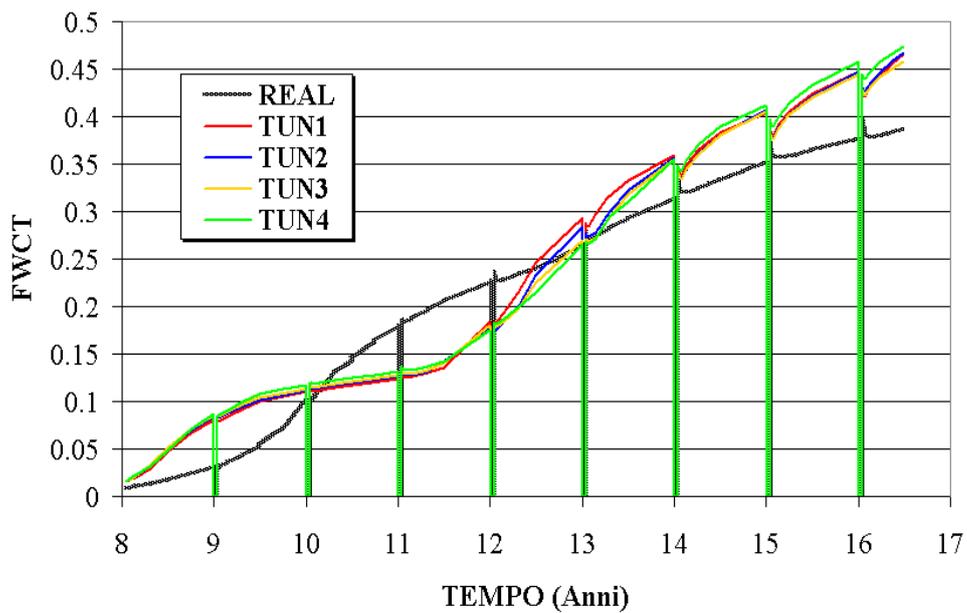


Figura 5-33. Punq30: FWCT, Tunneling

5.4.3. ANALISI DEI RISULTATI

L'algoritmo di *Tunneling* ha prodotto, per il caso test Punq30, quattro differenti minimi locali. La tabella 5-10 fornisce gli errori parziali e globali dei risultati ottenuti, in analogia con i casi test Punq5 e Punq10.

	FOPT	FOPR	FGPT	FGPR	FGOR	FWCT	ε %
<i>LM</i>	3.52	4.59	4.57	5.47	6.84	19.47	7.41
<i>MSLM</i>	3.51	3.59	5.30	4.82	6.52	20.85	7.43
<i>TUN1</i>	3.03	4.36	6.01	6.82	7.79	22.58	8.43
<i>TUN2</i>	2.97	4.39	6.10	6.49	7.67	23.61	8.54
<i>TUN3</i>	2.85	4.13	6.19	6.54	7.79	23.85	8.56
<i>TUN4</i>	2.57	3.69	6.46	6.77	8.03	24.36	8.65

Tabella 5-10. Punq30: Analisi Numerica del Forecast

Il calcolo dell'errore parziale e globale ha portato, dunque, a concludere che il minimo locale che fornisce il miglior *Forecast* tra quelli presi in considerazione è quello ottenuto con il metodo LM. Infatti, analizzando la tabella 5-10, i punti stazionari calcolati dall'algoritmo di *Tunneling* tendono seguire sempre di più l'andamento della produzione totale di olio, ma l'errore sulle altre proprietà aumenta all'aumentare dell'indice del minimo calcolato. Dunque anche l'errore globale sul *Forecast* ne risente negativamente.

5.5. *Tunneling e Levenberg – Marquardt*

Nei capitoli e nelle sezioni precedenti è stato specificato che l'implementazione del metodo di *Tunneling* da noi testata durante il processo di *History Matching* si basa sull'utilizzo dell'algoritmo di minimizzazione locale (cfr. Appendice C) di Broyden – Fletcher – Goldfarb – Shanno (BFGS). Questa tecnica è utilizzata sia per la minimizzazione della funzione obiettivo originale (nella prima fase del metodo di *Tunneling*), sia per l'ottimizzazione della funzione ausiliaria di *Tunneling* (nella seconda

fase). Ci siamo riferiti a questa particolare implementazione col nome di BFGS + BFGS.

È tuttavia noto [21] che il metodo *Quasi – Newton* che è proprio dell’algoritmo BFGS ha la tendenza ad essere attratto da tutti i minimi locali di una funzione oggetto, indipendentemente dal suo valore; non ha dunque caratteristiche globali di convergenza verso punti stazionari “interessanti”, cioè dotati di un valore relativamente piccolo della funzione obiettivo. Quando è necessario limitare, per ragioni di tempo di calcolo eccessivo, il numero di valutazioni di funzioni durante un’ottimizzazione questo difetto può risultare fatale, in quanto molte iterazioni del metodo portano all’individuazione di minimi locali dotati di un elevato valore della funzione oggetto, e quindi non interessanti. Si tratta, in poche parole, di iterazioni perse, e quindi di tempo di calcolo aggiuntivo.

Le prestazioni del metodo di *Tunneling*, dunque, dipendono fortemente dal tipo di algoritmo utilizzato per le fasi di ottimizzazione. Se si analizzano le tabelle 5-1, 5-4 e 5-7, si può notare che in tutti e tre i casi test il metodo di Levenberg – Marquardt ha localizzato dei minimi locali ottimali con un piccolo dispendio di valutazioni di funzioni. Si può infatti dimostrare che l’algoritmo LM presenta proprietà di minimizzazione selettiva [27], cioè ha proprietà di convergenza globali verso minimi locali dotati di un valore relativamente piccolo della funzione oggetto. Altri studi sull’argomento dimostrano la potenza del metodo LM nelle applicazioni ai problemi ai minimi quadrati riguardanti le simulazioni di giacimento [8].

Nasce dunque l’idea di creare un algoritmo ibrido che sfrutti la velocità di convergenza e la robustezza del metodo LM e le proprietà globali della tecnica di *Tunneling*. Ciò può essere implementato utilizzando come algoritmo locale il Levenberg – Marquardt all’interno del codice numerico di *Tunneling*; il fatto che il metodo di *Tunneling* non sia stato creato per problemi ai minimi quadrati ci impedisce di utilizzare lo stesso algoritmo per la minimizzazione della funzione ausiliaria di *Tunneling* (che non può essere scritta come problema ai minimi quadrati, quindi la tecnica di Levenberg – Marquardt non può essere applicata). L’ibrido creato verrà definito come LM + BFGS.

Il risultato della creazione di tale ibrido è stato applicato al caso test Punq30 e, in analogia alle tabelle 5-1, 5-4 e 5-7, presentiamo un confronto tra i metodi BFGS + BFGS e LM + BFGS nella tabella 5-11. La tabella mostra il numero di valutazioni di funzioni per ogni fase e il valore della funzione oggetto al termine di ogni fase, per entrambi i metodi considerati.

BFGS + BFGS			LM + BFGS		
Fase	F(x)	Valutazioni di F(x)	Fase	F(x)	Valutazioni di F(x)
<i>Start</i>	1.994	1	<i>Start</i>	1.994	1
<i>Min 1</i>	0.2111	72	<i>Min 1</i>	0.2096	35
<i>Tun 1</i>	0.2101	62	<i>Tun 1</i>	0.2078	115
<i>Min 2</i>	0.2095	29	<i>Min 2</i>	0.2025	28
<i>Tun 2</i>	0.2051	156	<i>Tun 2</i>	0.2018	85
<i>Min 3</i>	0.2039	33	<i>Min 3</i>	0.2010	5
<i>Tun 3</i>	0.2036	257	<i>Tun 3</i>	0.2007	51
<i>Min 4</i>	0.2008	64	<i>Min 4</i>	0.1944	26

Tabella 5-11. Pung30: Confronto BFGS + BFGS Vs LM + BFGS

Il numero di valutazioni di funzioni totali per il metodo BFGS + BFGS è 674, mentre per l'implementazione LM + BFGS è 346; nonostante il valore della funzione obiettivo raggiunto al termine dell'ottimizzazione sia sostanzialmente lo stesso, l'implementazione ibrida ci ha quantomeno garantito una riduzione del 50% del tempo di calcolo. Quindi l'algoritmo LM + BFGS può rappresentare una valida alternativa al metodo di *Tunneling* originale almeno dal punto di vista computazionale.

5.5.1. ANALISI DELLE PREVISIONI

L'ottimizzazione della funzione obiettivo ha portato all'individuazione di quattro minimi locali differenti per ciascuna delle due implementazioni del metodo di *Tunneling*. L'analisi del *Forecast* dunque proporrà quattro scenari di produzione possibili.

La tabella 5-12 espone, in analogia ai casi test precedenti, i valori di produzione globali di olio, gas e acqua. In questo caso, abbiamo considerato un confronto diretto tra i quattro minimi localizzati dal BFGS + BFGS e i rispettivi calcolati dal LM + BFGS. All'interno della tabella, i minimi localizzati da LM + BFGS sono etichettati come LMTUN.

	FOPT ($10^6 m^3$)	$\varepsilon\%$	FGPT ($10^5 m^3$)	$\varepsilon\%$	FWPT ($10^5 m^3$)	$\varepsilon\%$
<i>REAL</i>	2.349	---	1.967	---	7.024	---
<i>TUN1</i>	2.164	-7.86	2.018	2.59	7.409	5.48
<i>LMTUN1</i>	2.155	-8.22	1.992	1.25	6.576	-6.39
<i>TUN2</i>	2.165	-7.81	2.014	2.39	7.333	4.39
<i>LMTUN2</i>	2.189	-6.81	2.054	4.39	6.352	-9.57
<i>TUN3</i>	2.174	-7.44	2.031	3.25	7.295	3.85
<i>LMTUN3</i>	2.186	-6.94	2.043	3.87	6.178	-12.05
<i>TUN4</i>	2.192	-6.64	2.069	5.14	7.539	7.33
<i>LMTUN4</i>	2.208	-5.97	2.066	5.02	5.974	-14.95

Tabella 5-12. Punq30: Previsioni di Produzione per LM + BFGS e BFGS + BFGS

Interessante notare, a parte la solita sottostima della produzione totale di olio, l'andamento altalenante della produzione globale di acqua: nel caso dell'implementazione BFGS + BFGS si ha sempre una sovrastima, mentre i minimi locali forniti dal LM + BFGS generano una sottostima di tale proprietà del giacimento considerato.

5.5.2. ANALISI DEI RISULTATI

Entrambe le implementazioni del metodo di *Tunneling* hanno fornito quattro distinti minimi locali della funzione obiettivo, differenti tra di loro sia per quanto riguarda il valore della funzione obiettivo, sia nel valore dei parametri del modello calibrato.

La tabella 5-13 fornisce gli errori parziali e globali dei risultati ottenuti, in analogia con i casi test precedenti. All'interno della tabella, i minimi locali ottenuti mediante l'implementazione LM + BFGS sono etichettati come LMTUN, mentre i punti stazionari calcolati con il metodo BFGS + BFGS sono etichettati come TUN.

	FOPT	FOPR	FGPT	FGPR	FGOR	FWCT	ε %
<i>LMTUN1</i>	3.52	4.59	4.57	5.47	6.841	19.47	7.41
<i>LMTUN2</i>	2.54	3.85	6.50	6.32	7.51	21.57	8.05
<i>LMTUN3</i>	2.57	3.99	6.46	6.37	7.35	22.87	8.27
<i>LMTUN4</i>	2.31	3.48	6.36	6.21	7.31	22.36	8.00
<i>TUN1</i>	3.03	4.36	6.01	6.82	7.79	22.58	8.43
<i>TUN2</i>	2.97	4.39	6.10	6.49	7.67	23.61	8.54
<i>TUN3</i>	2.85	4.13	6.19	6.54	7.79	23.85	8.56
<i>TUN4</i>	2.57	3.69	6.46	6.77	8.03	24.36	8.65

Tabella 5-13. Analisi Numerica del Forecast

Il calcolo dell'errore parziale e globale ha portato, dunque, a concludere che il minimo locale che fornisce il miglior *Forecast* tra quelli presi in considerazione è quello ottenuto con l'implementazione LM + BFGS. Come si nota dalla tabella 5-13, infatti, tutti e quattro i minimi locali calcolati con la sopracitata versione forniscono dei *Forecast* migliori rispetto al metodo originale di *Tunneling*, anche se le differenze sono minime.